Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

वृत्तीय गति (circular moton)

सारांश (SUMMARY)

☞ अत्यल्प कोणीय विस्थापन एक सदि राशि है, परन्तु सीमित कोणीय विस्थापन एक अदिश राशि है, क्योंकि अत्यल्प कोणीय विस्थापनों का योग क्रम विनिमेय है, जबकि सीमित कोणीय विस्थापनों का योग क्रम विनिमेय नहीं है।

$d\vec{\theta}_1 + d\vec{\theta}_2 = d\vec{\theta}_2 + d\vec{\theta}_1$

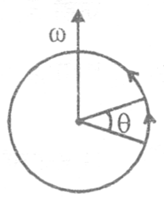
परन्तु $\theta_1 + \theta_2 \neq \theta_2 + \theta_1$

☞ औसत कोणीय वेग

$\Rightarrow \quad \omega_{av} = \dfrac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$

(कोणीय विस्थापन आदिश है इसलिए औसत कोणीय वेग भी अदिश है)

☞ तात्क्षणिक कोणीय वेग



$\Rightarrow \quad \vec{\omega} = \dfrac{d\vec{\theta}}{dt}$

(ω की दिशा दाहिने हाथ के अंगुठे के नियम से ज्ञात की जाती है)

☞ औसत कोणीय त्वरण

$\Rightarrow \quad \alpha_{av} = \dfrac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta\theta}$

☞ तात्क्षणिक कोणीय त्वरण

$\Rightarrow \quad \alpha = \dfrac{d\omega}{dt} = \omega\dfrac{d\omega}{d\theta}$

☞ नियत कोणीय त्वरण के साथ गति

$\omega_0 \Rightarrow$ प्रारम्भिक कोणीय वेग

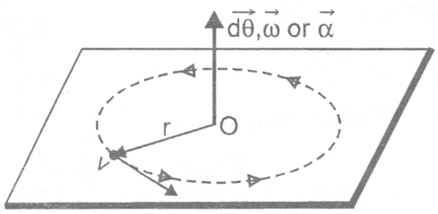
$\omega \Rightarrow$ अंतिम कोणीय वेग

$\alpha \Rightarrow$ नियत कोणीय त्वरण

$\theta \Rightarrow$ कोणीय विस्थापन

$\omega = \omega_0 + \alpha t$

$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$



$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\,\theta$

$\theta = \left(\dfrac{\omega + \omega_0}{2}\right)t$

$\alpha_{n^{th}} = \omega_0 + \dfrac{\alpha}{2}(\theta_n - \theta_{n-1})$

☞ सापेक्ष कोणीय वेग

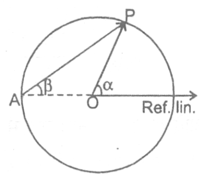
जैसे कि वेग सदैव सापेक्ष होते है।, इसी प्रकार कोणीय वेग भी एक सापेा राशि है। कोणीय वेग एक बिन्दु के सापेक्ष परिभाषित किया जाता है। जहां से गतिशील कण का स्थिति सदिश खींचा जाता है।

O के सापेक्ष बिन्दु P का कोणीय वेग :

$\omega_{PO} = \dfrac{d\alpha}{dt}$

A के सापेक्ष बिन्दु P का कोणीय वेग :

$\omega_{AB} = \dfrac{d\beta}{dt}$



☞ दिये गये चित्र में B के सापेक्ष बिन्दु A का कोणीय वेग

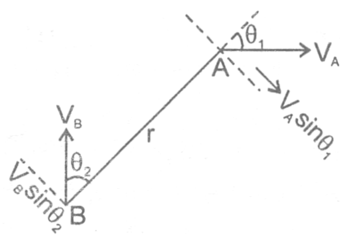
$\omega AB = \dfrac{(V_{AB})_{\perp}}{r_{AB}}$

$= \dfrac{\text{B के सापेक्ष A के वेग का रखा AB के लम्बवत घटक}}{\text{A व B के मध्य अन्तराल}}$

$(V_{AB})\perp = V_A \sin\theta_1 + V_B \sin\theta_2$

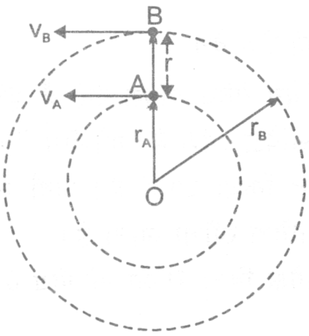
$r_{AB} = r$

$\omega_{AB} = \dfrac{v_A \sin\theta_1 + v_B \sin\theta_2}{r}$



☞ यदि दो कण दो अलग–अलग सकेन्द्रीय वृत्तों पर भिन्न वेगों से गतिशील है तो A द्वारा प्रेक्षित B का कोणीय वेग उनकी स्थिति व वेगों पर निर्भर करेगा। हम सरलतम स्थिति लेते है।। जब A व B एक दूसरे से निकटतम दूरी पर है और चित्र में दर्शाये अनुसार एक ही दिशा में गतिशील है। इस स्थिति में

$(V_{AB})\perp = V_B - V_A$



A व B के मध्य अंतराल है।

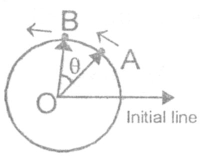
$$r_{BA} = r_B - r_A$$

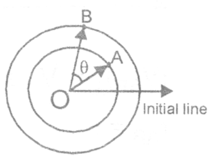
इसलिए

$$\omega_{AB} = \frac{(V_{AB})\perp}{r_{AB}} = \frac{v_B - v_A}{r_B - r_A}$$

☞ यदि दो कोण समान वृत्त में या विभिन्न समतलीय संकेन्द्रीय वृत्तों में समान दिक्षा में भिन्न समरूप कोणीय चाल क्रमशः ω_A व ω_B से गतिशील है तो $\overrightarrow{OA}$ व $\overrightarrow{OB}$ के मध्य कोण में परिवर्तन की दर है।

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_B - \omega_A$$





इसलिए किसी एक के द्वारा दूसरे के सापेक्ष एक सम्पूर्ण चक्कर लगाने में लिया गया समय

$$T = \frac{2\pi}{\omega_{rel}} = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2}$$

$\omega_B - \omega_A$, $\vec{OA}$ व $\vec{OB}$ के मध्य कोण में परिवर्तन की दर है। यह A के सापेक्ष B का कोणीय वेग नहीं है। (जो कि रेखा AB के घूमने की दर है।)

☞ चाल तथा कोणीय वेग में सम्बंध

$\Rightarrow \quad v = r_\omega$ और $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

☞ स्पर्श रेखीय त्वरण (चाल परिवर्तन की दर)

$$\Rightarrow \quad a_t = \frac{dV}{dt} = r\frac{d\omega}{dt} = \omega\frac{dr}{dt}$$

☞ त्रिज्यीय या अभिलम्ब या अभिकेन्द्रीय त्वरण

$$\Rightarrow \quad a_r = \frac{v_2}{r} = \omega_2 r$$

☞ सदिश रूप में

(i) $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ (ii) $\vec{a}_t = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

(iii) $\vec{a}_r = \vec{\omega} \times \vec{v}$

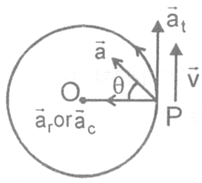
☞ कुल त्वरण

$\Rightarrow \quad \vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_r$

$\Rightarrow a = (a_t{}^2 + a_r{}^2)^{1/2}$

जहां $\vec{a}_t = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

तथा $\vec{a}_r = \vec{\omega} \times \vec{v}$



☞ अभिकेन्द्रीय बल $(F_C) = ma_c = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$

स्पर्श रेखीय बल $(F_t) - Ma_t = M\frac{dv}{dt} = M\alpha r;$

जहाँ α कोणीय त्वरण है।

☞ वक्रता त्रिज्या

$$R = \frac{v^2}{a\perp} = \frac{mv^2}{F\perp}$$

$F\perp =$ वेग के लम्बवत् बल का घटक (अभिकेन्द्रीय बल) $a\perp =$ वेग के लम्बवत् त्वरण का घटक यदि एक कण $y=f(x)$ तो किसी बिन्दु (x,y) पर वक्रता त्रिज्या दी जाती है।

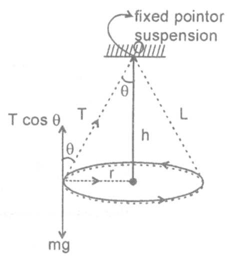
$$\Rightarrow \quad F = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{-3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$

☞ शंकुवाकार लोलकः

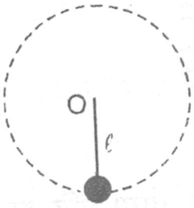
$T\cos\theta = mg$

$\Rightarrow \quad T\sin\theta = m\omega^2 r$

$\therefore$ आवर्त काल $= 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\theta}{g}}$

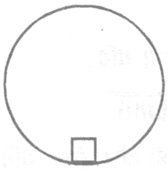


☞ लूप को पूरा करने के लिये न्यूनतम वेग



(A)

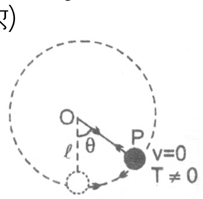
द्रव्यमान डोरी से जुड़ा है लूप में पूरा घूमने के लिए शर्तः उच्चतम बिन्दु पर तनाव =0 निम्नतम बिन्दु पर न्यूनतम वेग $=\sqrt{5g\ell}$



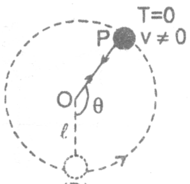
(B)

द्रव्यमान चिकने ऊर्ध्वाधर लूप के सहारे गतिशील है तो लूप में पूरा घूमने के लिए शर्तः उच्चतम बिन्दु पर अभिलम्ब प्रतिक्रिया =0 निम्नतम बिन्दु पर न्यूनतम वेग $=\sqrt{5g\ell}$

☞ ऊर्ध्वाधर वृत्तीय गति (एक डोरी से जुड़े एक द्रव्यान के लिए)



(A)



(B)

दोलन के लिए

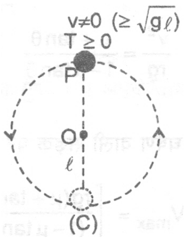
$0 < v_L \le \sqrt{2g\ell}$

$0 < \theta \le 90^0$

वृत्तीय पथ छोडने के लिये जिसके बाद गति प्रक्षेप्य बन जाती है।

$\sqrt{2g\ell} < v_L < \sqrt{5g\ell}$

$90^0 < \theta < 180^0$



(C)

लूप पूरा करने के लिए

$v_L \ge \sqrt{5g\ell}$

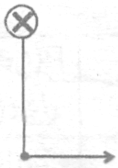
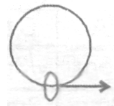
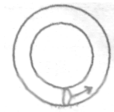
नोटः ये क्रांतिक स्थितियां निम्न स्थितियों के लिये सही नहीं है

(1) एक हल्की छड़ से जुड़ा कण ऊर्ध्वाधर

(2) एक मोती एक वलय से जुड़ा हो और घूम रहा हो।

(3) एक ब्लॉक चिकनी सतह वाले पाईप में घूर्णन गति

क

(1)  (2)  (3) 

(सभी स्थिति में वृत्त पूरा करने के लिये)

$V_{min} = \sqrt{4gL}$

☞ यदि निम्नतल बिन्दु पर वेग लूप में घूमने के लिये ठीक पर्याप्त हो, तो विभिन्न राशियो के मान (एक डोरी से जुड़े एक बिन्दु द्रव्यमान के लिये व एक चिकने ऊर्ध्वाधर पथ पर गतिशील एक द्रव्यमान क लिये यह सही है)

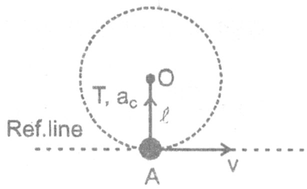


Fig. (1)

$v = \sqrt{5g\ell}$
$T = 6mg$
$P.E. = 0$
$a_c = 5g$
$a_t = 0$

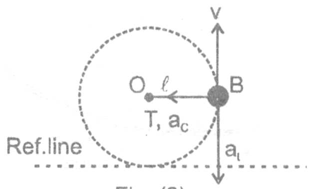


Fig. (2)

$v \ne \sqrt{3g\ell}$
$T = 3mg$
$P.E. = mg\ell$
$a_c = 3g$
$a_t = g$

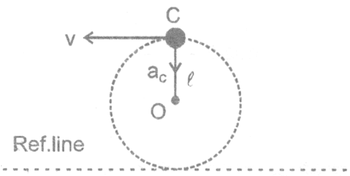


Fig. (3)

$v = \sqrt{g\ell}$
$T = 0$
$P.E. = 2mg\ell$
$a_c = g$
$a_t = 0$

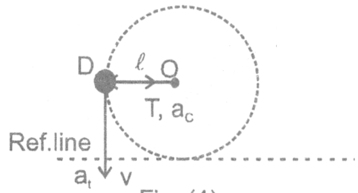


Fig. (4)

$v = \sqrt{3g\ell}$
$T = 3mg$
$P.E. = mg\ell$
$a_c = 3g$
$a_t = g$

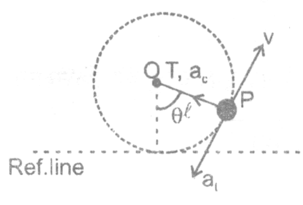


Fig. (5)

$v = \sqrt{g\ell(3+2\cos)}$
$T = 3mg(1+\cos\theta)$
$P.E. = mg\ell(1-\cos\theta)$
$a_c = g(3+2\cos\theta)$
$a_t = g\sin\theta$

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

		A	B.D	C	P(general point)
1	वेग	$\sqrt{5g\ell}$	$\sqrt{3g\ell}$	$\sqrt{g\ell}$	$\sqrt{g\ell(3+2\cos\theta)}$
2	तनाव	6mg	3mg	0	$3mg(1+\cos\theta)$
3	स्थजित ऊर्जा	0	$mg\ell$	2mg	$mg\ell(1-\cos\theta)$
4	त्रिज्यीय त्वरण	5g	3g	g	$g(3+2\cos\theta)$
5	स्पर्श रेखीय तवरण	0	g	0	$g\sin\theta$

नोटः उपरोक्त सरणी से हम देख सकते है

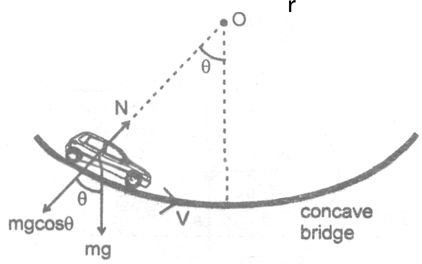
$T_{bottom} - T_{top} = TC - T_A = 6mg$

तनाव में यह अन्तर समान रहता है।

यदि $V > \sqrt{5g\ell}$ तब भी

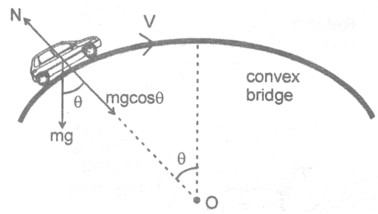
☞ अवतलाकार पुल पर सड़क द्वारा अलिलम्ब प्रतिक्रिया बल

$$\Rightarrow \quad N = mg\cos\theta + \frac{mv^2}{r}$$



☞ उत्तलाकार पुल पर अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल

$$\Rightarrow \quad N = mg\cos\theta - \frac{mv^2}{r}$$



☞ सीधी सड़क पर वाहन का फिसलना

$$\Rightarrow \quad v_{safe} \le \sqrt{\mu g r}$$

☞ घूमते हुए प्लेटफार्म पर एक वस्तु का फिसलना

$$\Rightarrow \quad \omega_{max} = \sqrt{\mu g / r}$$

☞ साइकिल सवार का झुकना

$$\Rightarrow \quad \tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

☞ सड़क का बंकन

f बाहर की ओर होगा यदि वाहन रूका हुआ है, क्योंकि ऐसी स्थिति में भार का घटक $mg\sin\theta$ घर्षण f के ारा संतुलित होता है।

बिना घर्षण के साड़का का बंकन $\Rightarrow \tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

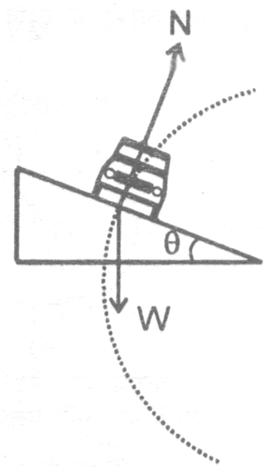
(i) घर्षण f शून्य होगा यदि

$v = \sqrt{rg\tan\theta}$

(ii) घर्षण f बाहर की ओर होग, यदि

(ii) घर्षण f अन्दर की ओर होगा यदि

$v > \sqrt{rg\tan\theta}$



☞ घर्षण सहित सड़क का बंकन

$$\Rightarrow \quad \frac{v^2}{rg} = \frac{\mu + \tan\theta}{1 - \mu\tan\theta}$$

☞ बंकित घर्षण वाली सड़क पर अधिकतम व न्यूनतम सुरक्षित

चाल $\quad V_{max} = \frac{[rg(\mu+\tan\theta)]^{1/2}}{(1-\mu\tan\theta)}$

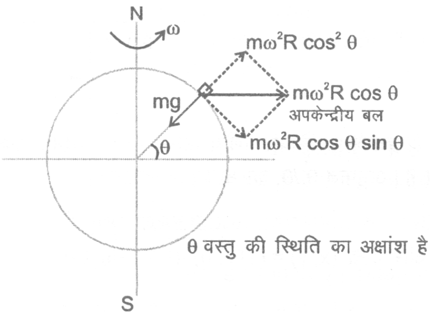
$$V_{min} = \frac{[rg(\mu-\tan\theta)]^{1/2}}{(1+\mu\tan\theta)}$$

☞ अपकेन्द्रय बल (छद्म बल)

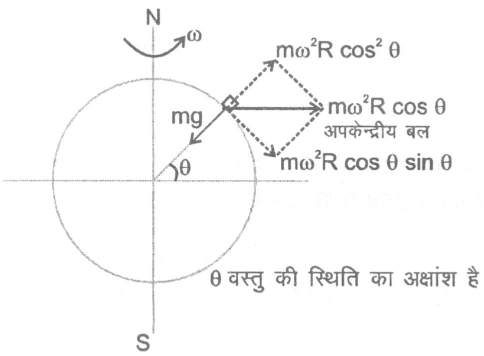
$\Rightarrow \quad f = m\omega^2 r,$

जब कण को स्वयं को निर्देश तंत्र माना जाता है तो यह बाहर की तरफ कार्य करता है।

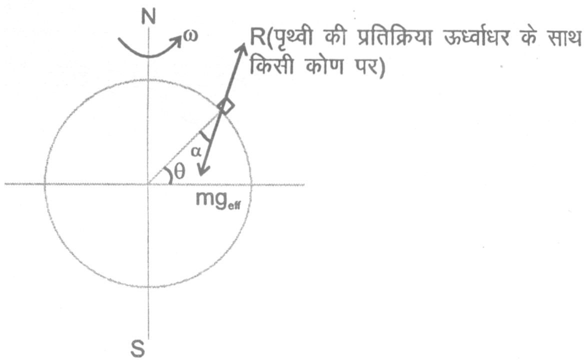
☞ आभासी भार पर पृथ्वी के घूर्णन का प्रभाव



चित्र (1) पृथ्वी का गुरूत्व व पृथ्वी के घूर्णन के कारण अपकेन्द्रीय बल



चित्र (2) पृथ्वी का गुरूत्व व अपकेन्द्रीय बल प्रदर्शित है।



चित्र (3)

पृथ्वी के सापेक्ष विराम पर रखी एक वस्तु पर प्रतिक्रिया आभासी भार कही जाती है।

$W_{app.} = R = mg_{ef} \approx (g - \omega^2 R\cos^2\theta)$

नोटः भूमध्य रेखा $(\theta = 0)$ पर $W_{app.}$ न्यूनतम है व ध्रुव

$(\theta = \pi/2)$ पर $W_{app.}$ अधिकतम है।

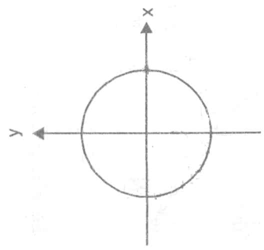
यह आभासी भार अभिलम्ब के अनुदिश नहीं है। जबकि इसके साथ कुछ कोण α बनाता है। केवल ध्रुव व भूमध्य रेखा $\alpha = 0$ है।

Exercise # 1

PART - I : SUBJECTIVE QUESTIONS

SECTION (A) : वृत्तीय गति की गतिकी (KINEMATIC OF CIRULAR MOTION)

A1. चित्र में एक कण का वृत्ताकार पथ दर्शाया गया है। यदि कण का तात्क्षणिक वेग $v = 2\hat{i} - 2\hat{j}$ मी.से. से है तो किस चतुर्थांस में कण वृत्त पर (A) दक्षिणावर्त तथा (B) वामावर्त घूम रहा होगा ?



A2. एक पहिये को समान कोणीय त्वरण से अपने अक्ष के प्रति घुमाया जाता है, इसकी प्रारम्भिक कोणीय चाल शून्य है। प्रथम 2 सेकण्ड में यह θ_1 कोण से घूमता है। अगले 2 से. में यह θ_2 कोण और घूमता है। अनुपात θ_2/θ_1 का मान ज्ञात कीजिए।

SECTION (B): त्रिज्यीय एवं स्पर्श रेखीय त्वरण (RADIAL AND TANGENTIAL ACCELERATION)

B1. एक कण वृत्त पर दक्षिणावर्ती गति कर रहा है, जिसकी त्रिज्या 1 मी. और केन्द्र (x,y)= (1मी., 0) पर है। यह समय t = 0 मूल बिन्दु से गति प्रारम्भ करता है। इसकी चाल $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ मी/सै.^{2} की नियत दर से बढ़ रही है।
(A) यह वृत्त का आधा भाग तय करने में कितना समय लगायेगा ?
(B) उस समय पर चाल क्या होगी ?
(C) उस समय पर परिणामी त्वरण क्या होगा ?

B2. एक घड़ी में सेकड की सुई की लम्बाई 1 सेमी. है। 15 सैकण्ड में इसके सिरे के वेग में परिवर्तन ज्ञात कीजिए। इस समयान्तराल में औसत त्वरण का परिमाण भी ज्ञात कीजिए ?

B3. 1^0 cm त्रिज्या के वृत्ताकार पथ पर एक कण $v = 2^0\,t$ चाल से घूमता है, जहाँ v सेमी./सैक. तथा t सैकण्ड में है तो
(A) t = 1 सैकण्ड पर कण का त्रिज्यीय त्वरण ज्ञात कीजिए।
(B) t = 1 सैकण्ड पर कण का स्पर्श रेखीय त्वरण ज्ञात कीजिए।
(C) t = 1 सैकण्ड पर कण के त्वरण परिमाण ज्ञात कीजिए।

SECTION (C) : वक्रता त्रिज्या तथा वृत्तीय गति की बल गतिकी (RADIUS OF CURVATURE AND DYNAMICS OF CIRCULAR MOTION)

C1. एक कण को u वेग के साथ क्षेतिज से θ कोण पर प्रक्षेपित किया गया है। प्रक्षेप्य द्वारा तय किये गये परवलय की वक्रता त्रिज्या कितनी होगी जब कण का वेग क्षैतिज से $\theta/2$ कोण बनाता हो ?

C2. R त्रिज्या के एक बेलनाकार कमरे की दीवार पर एक ;m; द्रव्यमान का पिण्ड क्षैतिज वृत्ताकार पथ पर गति करताहै। जिस कमरें में यह पिण्ड घूम रहा है। उसका फर्श घर्षण रहित है, किन्तु पिण्ड तथा दीवार के मध्य घर्षण μ है। पिण्ड को आरम्भिक चाल v_0 प्रदान की गई है। चाल 'v' के फलन के रूप में लिखिये।
(A) दीवार के द्वारा पिण्ड पर अभिलम्बवत् बल
(B) दीवार के द्वारा घर्षण बल एवं
(C) पिण्ड का स्पर्श रेखीय त्वरण
(D) एक चक्कर के पश्चात् पिण्ड की चाल ज्ञात करो।

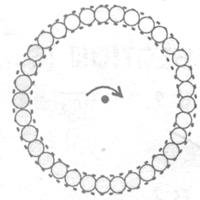
SECTION (D) : क्षैतिज तल में वृत्तीय गति (CIRCULAR MOTION IN HORIZONTAL PLANE)

D1. छत से लटकायी गयी 130 सेमी. लम्बी न खिचनें वाली डोरी के दूसरे सिरे पर 200 ग्राम द्रव्यमान का गोला लटकाया गया है। गोले को 50 सेमी. त्रिज्या के क्षैतिज वृत्त में गति करवायी जाती है। इस शंकु लोलक (onical pendulum) के आवर्तकाल एवं डोरी में तनाव की गणना कीजिए।

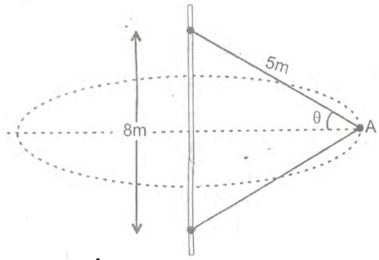
Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

D2. एक मोटर साईकिल चालक, 5 मी. त्रिज्या वाले लकड़ी के कुएं की ऊर्ध्व सतह पर, न्यूनतम $5\sqrt{5}$ मी/से. चाल से चलाना चाहता है। दीवार और टायारों के बीच घर्षण गुणांक का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए। (दिया है g = 10 m/s^2)

D-3. ℓ लम्बाई वाली धातम की जंजरो के दोनों सिरे आपस में जुड़े है, इसको चित्र में दर्शाये अनुसार लकड़ी की चकती में कसा गया है। चकती n चक्कर प्रति सेकण्ड की चाल से घूर्णन कर रही है। यदि जंजीर का द्रव्यमान m है तो इसमें तनाव T ज्ञात कीजिए।



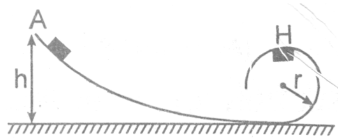
D-4. 4 किग्रा. द्रव्यमान का पिण्ड दो समान लम्बाई की डोरियों की सहायता से एक ऊर्ध्व छड़ से जुड़ा हुआ है। जब यह निकाय छड़ की अक्ष के परितः घूर्णन करता है तो डोरियाँ चित्र में दर्शाये अनुसार तन जाती है।
(A) निकाय को प्रति मिनट कितने चक्कर लगाने चाहिये कि ऊपर वाली डोरी में तनाव 20 किग्रा. (kgf) बल के बराबर हो जाये ?
(B) तब नीचे वाली डोरी में कितना तनाव होगा ?



SECTION (E) : ऊर्ध्व तल में वृत्तीय गति (CIRCULAR MOTION IN VERTICAL

E-1. a लम्बाई की रस्सी के एक सिरे से एक m द्रव्यमान I पिण्ड लटक रहा है जिसका दूसरा सिरा जड़वत है। पिण्ड को न्यूनतम बिन्दु पर क्षैतिज वेग u इस प्रकार दिया जाता है कि ऊपरी ऊर्ध्व रेखा से 60^0 के कोण पर रस्सी ढीली पड़ जाती है। प्रक्षेपण बिन्दु पर डोरी में तनाव ज्ञात कीजिए।

E-2. m द्रव्यमान का एक छोटा पिण्ड एक चिकने नत्तल पर, विरामावस्था से चित्र में दर्शाये अनुसार फिसलना प्रारम्भ करता है।
(i) r त्रिज्या के लूप को पूरा करने के लिये न्यूनतम ऊँचाई h ज्ञात कीजिए।
(ii) यदि पिण्ड को इस न्यूनतम ऊँचाई की दुगनी ऊँचाई से छोड़ा जाये तो स्थिति H में पिण्ड पर लगने वाला परिणामी बल ज्ञात कीजिए।



E-3. एक सरल लोलक के निलम्बन बिन्दु से ठीक ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर कुछ दूरी पर एक कील स्थित है। लोलक को उस स्थिति से छोड़ा जाता है जब इसकी डोरी ऊर्ध्व से 60^0 कोण बनाती है। कील की निलम्बन बिन्दु से दूरी ज्ञात कीजिये। यदि गोलक कील के परितः केन्द्र मानकर पूर्ण चक्कर करता हो। लोलक की लम्बाई 1 मी. मानिये।

SECTION (F) : वाहन की गति, अपकेन्द्रीय बल तथा पृथ्वी का घूर्णन (MOTION OF A VEHICLE, CENTRIFUGAL FORCE AND ROTATION OF EARTH)

F1. एक पार्क की त्रिज्या 10m है। यदि एक वाहन 18 km/hr की औसत चाल से इस पर चलता है तो बंकन कोण ज्ञात करो। यदि सड़क क्षैतिज है। (बंकित नहीं), घर्षण गुणांक का न्यूनतम मान कितना होना चाहिए, जिससे 18 km/hr चाल से गतिशल स्कूटर फिसले नहीं।

F-2. 36 km/h चाल से गतिशील वाहनों के लिये बंकित किये गये एक मोड़ की त्रिज्या 20 m है। यदि टायरो तथा सड़क के बीच स्थैतिक घर्षण गुणांक मान 0.4 है, तो वाहन की चाल के सम्भव मान क्या हो सकते है कि वाहन न तो फिसले और न ही बगल से घिसे।

F-3. विषुवत रेखा पर स्थित कमानीदार तुला पर एक व्यक्ति खडा हुआ है। (A) तुला उसके वास्तविक भार का कितना प्रतिशत कम पाठयांक दर्शायेगी ? (B) यदि पृथ्वी के घूर्णन की चाल का मान इतना बढ़ दिया जाये कि तुला का पाठयां उसके वास्तवि भार का आधा रह जाये तो इस स्थिति में दिन की अवधि कितनी होगी ?

PART - II : OBJECTIVE QUESTIONS

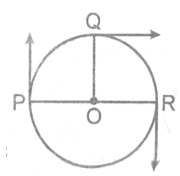
***MARKS QUESTION ARE MCQ.**

SECTION (A) : वृत्तीय गतिकी (KINEMATICS OF CIRCULAR MOTION)

A1. जब एक कण एक समान चाल से वृत्ताकार पथ पर गति करता है तो –
(A) इसका वेग तथा त्वरण दोनों नियत रहते है। (B) इसका वेग नियत रहता है, किन्तु त्वरण परिवर्तित होता है।
(C) इसका त्वरण नियत रहता है किन्तु वेग परिवर्तित होता है। (D) इसका वेग एवं त्वरण दोनों ही परिवर्तित होते है।

***A2.** एक वस्तु वक्राकार पथ पर गतिशील है। गति के दौरान में निम्न राशियाँ नियत रह सकती है–
(A) चाल (B) वेग (C) त्वरण (D) त्वरणका परिमाण

A-3. तीन बिन्दुवत कण P,Q,R त्रिज्या के वृत्त में भिन्न परन्तु नियत चालों से गति करते है। वे t = 0 प चित्र में प्रदर्शित उनकी प्रारम्भिक स्थितियों से गति करना प्रारम्भ करते है। P,Q व R के कोणीय वेग



Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

(रेडियन/सैकण्ड) में क्रमशः $5\pi, 2\pi$ व 2π समान दिशा में है। समयान्तराल जिसके बाद वे मिलते है।

(A) 2/3 se (B) 1/6 sec (C) 1/2 sec (D) 3/2 sec

SECTION (B) : त्रिज्यीय एवं स्पर्श रेखीय त्वरण (RADIAL AND TANGENTIAL ACCELERATION)

B1. माना कि a_rवं a_tत्रिज्यीय तथा स्पर्श रेखीय त्वरण व्यक्त करते है। कण की गति वृत्तीय होगी यदि –

(A) $a_r = 0, a_t = 0$ (B) $a_r = 0, a_t \neq 0$ (C) $a_r \neq 0, a_t = 0$ (D) इनमें से कोई नहीं

B2. एक कण नियत चाल से चित्रानुसार अलग–अलग कुण्डलीनुमा पथों पर गतिशील है–

(A) दोनों स्थितियों में कण का वेग नियत है।
(B) दोनों स्थितियों में कण का त्वरण नियत है।
(C) स्थिति (A) में त्वरण का परिमाण नियत तथा स्थिति (B) में घट रहा है।
(D) दोनों स्थितियों में कण के त्वरण का परिमाण निरन्तर कम हो रहा है।

(a)

(b)

B-3. m द्रव्यमान का एक कण, स्थिर गोले के शीर्ष से फिसलना प्रारम्भ करता है। जब इसका सम्पर्क गोले से छुट जाता है, तब इसका स्पर्श रेखीय त्वरण होगा–

(A) $\frac{2g}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{5}g}{3}$ (C) g (D) $\frac{g}{3}$

B-4. m द्रव्यमान का एक कण नियत त्रिज्या r वाले वृत्ताकार पथ पर इस प्रकार घूम रहा है कि अभिकेन्द्रीय त्वरण a_c समय t के साथ $a_c = k^2rt^2$ के अनुसार परिवर्तित हो रहा है। कण पर लग रहे बल द्वारा कण को प्रदत्त शक्ति है–

(A) $2\pi mk^2r^2$ (B) mk^2r^2t (C) $\frac{(mk^4r^2t)}{3}$ (D) शून्य

SECTION (C) : वक्रता त्रिज्या तथा वृत्तीय गति की स्थैतिकी (RADIUS OF CURVATURE AND DYNAMICS OF CIRCULAR MOTION)

C-1. वृत्तीय गति कर रहे कण का किसी समय पर वेग और त्वरण क्रमशः $\vec{v} = 2\hat{i}\,m/s$ और $2\hat{i} + 4\hat{j}\,m/s^2$ है। वृत्तीय पथ की त्रिज्या होगी–

(A) 1m (B) 2m (C) 3m (D) 4 m

C2. द्रव्यमान m का एक कण नियत वेग $\vec{v}$ से चिकनी क्षैतिज सतह पर गतिशील है। एक नियत बल $\vec{F}$ कण पर वेग v के लम्बवत् लगना प्रारम्भ होता है। बल F के लगने के बाद वक्रता त्रिज्या है–

(A) $\frac{mv^2}{F}$ (B) $\frac{mv^2}{F\cos\theta}$ (C) $\frac{mv^2}{F\sin\theta}$ (D) इनमें से कोई नहीं

C3. जब a लम्बाई की बिना तनी हुई डोरी से बंधी हुई खिलौना गाड़ी को घुमाया जाता है तो क्षैतिज वृत्त की त्रिज्या 2a एंव आवर्तकाल T प्राप्त होता है। अब खिलौना गाड़ली की चाल, क्षैतिज वृत्त की त्रिज्या 3a और आवर्तकाल T' होने तक बढ़ायी जाती है। यदि हुक का नियम लागू रहता है। (घर्षण नगण्य है) तो–

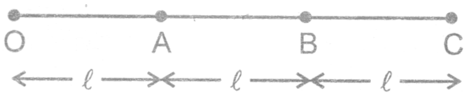
(A) $T' = \sqrt{\frac{3}{2}}T$ (B) $T' = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)T$ (C) $T' = \left(\frac{3}{2}\right)T$ (D) T'=T

SECTION (D) : क्षैतिज तल में वृत्तीय गति (CIRCULAR MOTION IN HORIZONTAL PLANE)

D1. एक समान रूप से घूर्णन गति कर रहे घूर्णी मेज पर m द्रव्यमान का एक कण स्थिर रखा हुआ है। जमीन से देखने पर, कण वृत्ताकार पथ पर गतिमन दिखाई देता है, इसकी चाल 20 cm/s तथा त्वरण 20 cm/s² है। कण को विस्थापित करके इसकी त्रिज्या का मान मूल त्रिज्या का आधा कर दिया जाता है। इसकी नयी चाल तथा त्वरण के मान है–

(A) 10 cm/s. 10 cm/s² (B) 10 cm/s, 80 cm/s² (C) 40 cm/s, 10 cm/s² (D) 40 cm/s, 40 cm/s²

D-2. तीन एक समान कण चित्रानुसार एक धागे से जुड़े हुए है। तीनों कण बिन्दु O के चारों तरफ चिकने क्षैतिज तल पर घूम रहे है। यदि सबसे बाहर वाले कण का वेग v_0 है, तो धागे के तीनों भागों में तनाव का अनुपात होगा (रस्सी को हमेशा सीधी मानिए)

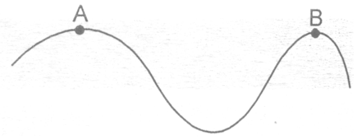


(A) 3: 5 : 7 (B) 3 : 4 : 5 (C) 7 : 11 : 6 (D) 3: 5 : 6

SECTION (E) : उर्ध्व तल में वृत्तीय गति (CIRCULAR MOTION IN VERTICAL PLACE)

E1. एक मोटर साइकिल R त्रिज्या के पुल पर जा रही है चालक एक नियत चाल बनाये रखता है। जब मोटरसाइकिल पुल पर चढ़ रही हो, तो इस पर लगने वाला अभिलम्बवत् बल ।
(A) बढ़ेगा (B) घटेगा (C) स्थिर रहेगा (D) पहले बढ़ेगा फिर घटेगा।

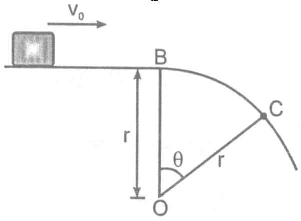
E2. चित्र में प्रदर्शित की गई सड़क पर एक कार नियत चाल से गतिशील है। जब यह बिन्दु A तथा बिन्दु B पर होती है तो कार पर एक सड़क का अभिलम्बवत् प्रतिक्रिया बल क्रमशः N_A तथा N_B होता है–



(A) $N_A=N_B$ (B) $N_A>N_B$ (C) $N_A<N_B$ (D) अपर्याप्त

E3*. पारी से भरी हुए एक बाल्टी को रस्सी में बांधकर ऊध्वाधर वृत्ताकार पथ में घुमाया जाता है। पथ के शीर्ष बिन्दु पर बाल्टी उल्टी हो जाती है, फिर भी पानी नीचे नहीं गिरता है। इस स्थिति में हम निष्कर्ष निकाल सकते है कि
(A) $mg = \frac{mv^2}{r}$ (B) mg, $\frac{mv^2}{2}$ से ज्यादा है। (C) mg, $\frac{mv^2}{r}$ से ज्यादा नहीं है। (D) mg, $\frac{mv^2}{r}$ से कम नहीं है।

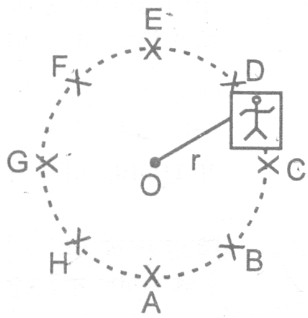
E-4. एक छोटा गुटका क्षैतिज घर्षणरहित सतह पर चित्रानुसार फिसलता है। गुटका बिन्दु C पर सतह को छोड़ देता है। चित्र में कोण θ है।



(A) $\cos^{-1}(4/9)$ (B) $\cos^{-1}(3/4)$
(C) $\cos^{-1}(1/2)$ (D) इनमें से कोई नहीं

E-5*. L लम्बाई एवं M द्रव्यमान गोलक का सरल लोलक एक उर्ध्व रेखा के परितः $-\phi$ और ϕ कोणीय सीमाओं के बीच दोलन कर रहा है। कोणीय विस्थापन $\theta[|\theta| < \phi]$ के लिये डोरी में तनाव एवं गोलक का वेग क्रमशः T तथा v है। उक्त परिस्थिति के लिये निम्न में से सम्बन्ध है–
(A) $T\cos\theta = Mg$ (B) $T - Mg\cos\theta = \frac{Mv^2}{L}$ (C) स्पर्श रेखीय त्वरण $= g\sin\theta$ (D) $T = Mg\cos\theta$

E-6*. मनोरंजन पार्क में एक मशीन की भुजा के एक सिरे पर पिंजरा है तथा दूसरा सिरा O पर कीलकीत है। पिंजरा r त्रिज्या के उर्ध्व वृत्त (ABCDEGH) में O के परितः नियत रेखीय वेग $v = \sqrt{gr}$ से घूमता है। पिंजरे को इस प्रकार जोड़ा गया है कि w भार का आदमी पिंजरे के अन्दर रखी भार मशीन पर हमेशा उर्ध्वाधर रहता है। तो निम्न में से कौनसा सत्य है।



(A) प्रत्येक स्थिति में मशीन पर उसके भार का पाठ्यांक समान होगा।
(B) A पर मशीन का पाठ्यांक E पर मशीन के पाठ्यांक से 2 w ज्यादा होगा।
(C) G पर मशीन का पाठ्यांक G = w
(D) E और A पर भार पाठ्यांक का अनुपात शून्य होगा।
(E) .A और C पर पाठ्यांक का अनुपात 2 होगा।

SECTION (F) : वाहन की गति, अपकेन्द्रीय बल तथा पृथ्वी का घूर्णन
(MOTION OF A VEHICLE, CENTRIFUGAL FORCE AND ROTATIONOF EARTH)

***F1.** किसी सड़क का वक्र भाग v चाल के लिये बंकित किया गया है। यदि कार के टायरों और सड़क के बीच कोई घर्षण नहीं है तो–
(A) कार की v से कम चाल की तुलना में v से अधिक चाल पर फिसलने की सम्भावना ज्यादा है।
(B) वक्र खण्ड पर कार स्थैतिक साम्यावस्था में नहीं रह सकती है।
(C) कार v चाल से चलती हुई नहीं फिसलेगी।
(D) उक्त में से कोई नहीं।

F2. एक कार किसी चाल से सीधी रेखा में जा रही है अचानक r दूरी पर सामने दीवार देखने पर टक्कर से बचने के लिये–
(A) उसे एकदम ब्रेक लागने चाहिये। (B) उसके एकदम कार को मोड़ना चाहिये।
(C) उसको ब्रेक लगाकर एक दम मोडना चाहिये। (D) इनमें से कोई नहीं।

***F3.** r त्रिज्या की वृत्ताकार सड़क को v = 40 km/hr की चाल से लिये बंकित गया है। m द्रव्यमान की एक कार इस वृत्ताकार पथ पर गति करती है। सड़क तथा टायरों के मध्य घर्षण गुणांक नगण्य है–
(A) कार फिसले बिना नहीं घूम सकती है।
(B) यदि कार की मोड़ पर चाल 40 km/hr, से कम है, तो यह नीचे की ओर फिसलेगी।

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

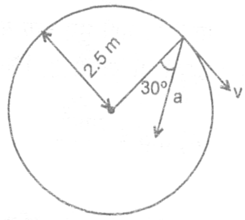
(C) यदि कार की मोड़ पर नियत चाल 40 km/hr है, सड़क के द्वारा कार पर लगाया गया बल $\frac{mv^2}{r}$ के बराबर है।

(D) यदि कार की मोड़ पर चाल ठीक 40 km/hr है, सड़क के द्वारा कार पर बल mg से अधिक होगा साथ ही यह $\frac{mv^2}{r}$ से भी अधिक होगा।

Exercise # 2

PART - I : SUBJECTIVE QUESTIONS

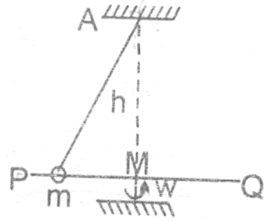
1. 2.5 मी. त्रिज्या के वृत्त पर दशिणावर्ती गति करते हुए कण के लिये किसी क्षण पर कण का कुल त्वरण एवं वेग चित्र में दर्शायागया है। यदि इस क्षण पर कुल त्वरण का कुल 25 m/sec² हो तो ज्ञात कीजिए–
(A) त्रिज्यीय त्वरण
(B) कण की चाल तथा
(C) इसका स्पर्श रेखीय त्वरण



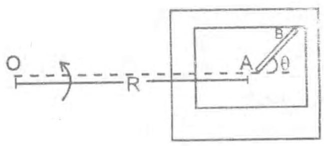
2. दो कण A और B समान चाल v के साथ R त्रिज्या के वृत्त पर वामावर्त गति करते हुए परस्पर व्यासतः अभिमुख है।। t=0 पर A को नियत परिणाम का स्पर्श रेखीय A को नियत त्वरण $a_t = \frac{78v^2}{25\pi R}$ प्रदान किया जाता है। गणना कीजिए: A को से टकराने में लगा समय, इस समय अंतराल में A द्वारा तय किया गया कोण, टक्कर से समय पर इसका कोणीय वेग ताि त्रिज्यीय त्वरण।

3. एक ठोस वस्तु समय t = 0 पर एक स्थिर अथ के परतिः समय पर निर्भर कोणीय त्वरण $\alpha = kt$ के साथ घूमना प्रारम्भ करती है। जहां k नियतांक है। वस्तु के एक स्वैच्छिक बिन्दु के लिये इसके कुल त्वरण सदिश को इसके रेखीय वेग सदिष के साथ कोण θ बनाने में लगे समय की गणना कीजिए।

4. एक चिकनी छड़ PQ, इसके मध्य बिन्दु M के परितः नियत कोणीय वेग 14 रेडियन/से. के साथ घूमती है। बिन्दु M एक स्थिर बिन्दु A से h=0.1 मी. ऊर्ध्वाधर नीचे है। एक प्रत्यास्थ एवं हल्की डोरी जिसकी प्राकृतिक लम्बाई 0.1 मीटर तथा बल नियतांक 1.47 न्यूटन/सेमी है, का एक सिरा A पर बंध हुआ है और इसके दूसरे सिरे से m = 0.3 किग्रा द्रव्यमान की एक वलय जुड़ी हुई है। वलय छड़ के अनुदिश फिसल सकती है। जब वलय, छड़ के सापेक्ष स्थिर है तो डोरी का ऊर्ध्व से झुकाव, डोरी में तनाव, वलय द्वारा छड़ पर लगाया गया बल क्रमशः होंगे–

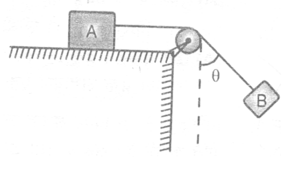


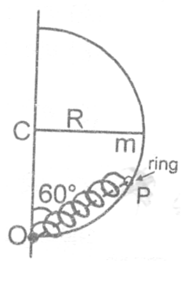
5. चित्रानुसार एक केबिन R त्रिज्या के वृत्ताकार पथ पर एक समान कोणीय वेग ω से घूर्णन कर रहा है, इस कमरे में चिकनी सतह की एक टेबल दृढ़ आधार पर रखी हुई है। टेकल की सतह में L लम्बाई (L<<R) का एक खांचा AB बनाया गया है। केबिन की वृत्तीय पथ की त्रिज्या OA से यह खांचा θ कोण बनाता है। खांचे में एक छोटा कण रखकर AB के अनुदिश गति के लिये मुक्त कर दिया जाता है। कण को बिन्दु B तक पहुंचने में लगा समय ज्ञात करिये।



6. एक क्षैतिज पट्टी पर m द्रव्यमान का एक पिण्ड रखा हु है। पट्टी तथा पिण्ड के मध्य घर्षण गुणांक μ है। पट्टी को एक सिरे पर कीलकित किया गया है तथा इस सिरे से ब्लॉक की दूरी L है। पट्टी को कीलकित सिरे के परितः क्षैतिज तल में घुमाया जाता है। (A) अधिकतम कोणीय चाल कीतनी हो सकती है कि पिण्ड नहीं फिसले ? (B) यदि पट्टी की कोणीय चाल का मान्य शून्य से नियत कोणीय त्वरण α से समान रूपसे बढ़ायी जाये तो किस कोणीय चाल पर पिण्ड फिसल जायेगा?

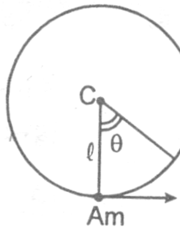
7. समान द्रव्यमान m के दो कण A व B द्रव्यमानहीन रस्सी से जुड़े है।। कण A खुरदरी टेबल पर रखा है। रस्सी चिकनी तथा छोटी खूंटी से गुजरती है। कण B को ऊर्ध्वाधर से ∠θ कोण बनाती हुई स्थिति से मुक्त कियाजाता है। कण A तथा टेबल के बीच न्यूनतम घर्षण गुणांक ज्ञात करो जिसमें कि कण B की गति के दौरान कण A नहीं फिसलें।



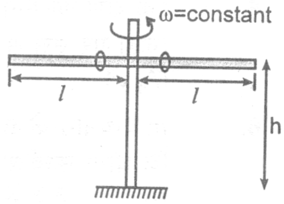


8. चित्रानुसार R त्रिज्या के चिकने अर्द्धवृत्ताकार तार के पथ पर (3R/4) सामान्य लम्बाई की द्रव्यमान हीन स्प्रिंग का एक सिरा तार के निम्नतम बिन्दु O से जुड़ा है। एक m द्रव्यमान का छोटा छल्ला जो कि तार पर फिसल सकता है, स्प्रिंग के दूसरे सिरे से जुड़ा हुआ है। छल्ला P बिन्दु पर स्थिर है। तथा इस स्थिति में स्प्रिंग ऊर्ध्वाधर से 60^0 का कोण बनाती है। स्प्रिंग का बल नियतांक K = mg/R है। जब छल्ले को छोड़ा जाता है तो इस स्थिति पर (i) छल्ले का मुक्त वस्तु रेखाचित्र (F.B.D.) बनाओ। (ii) छल्ले का अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल ज्ञात करो।**[JEE 1996,5 marks]**

9. द्रव्यमान m का एक कण एक हल्की, अविमान्य ℓ लम्बाई की डोरी के एक सिरे से जुड़ा है जिसका दूसरा सिरा बिन्दु C पर स्थित है। निम्नतम बिन्दु पर कण को वृत्ताकार पथ पूर्ण करने के लिये न्यूनतम वेग दिया जाता है। जैसे–जैसे यह वृत्ताकार पथ में गति करता है। डोरी में तनाव कोण θ के साथ परिवर्तित होता है। θ चित्र में बताया गया है। जब θ शून्य हो '2π' (अर्थात् कण एक परिक्रमा पूरा करता है) तक परिवर्तित होता है तो तनाव 'T' में 'θ' के साथ परिवर्तन का ग्राफ बनाओ।

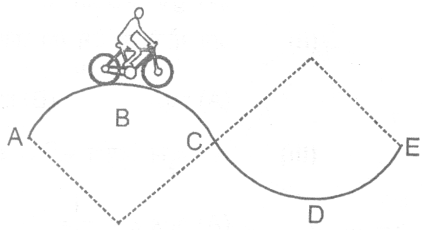


10. दो समान बलय, जो छड़ के अनुदिश गति कर सकती है, को 2ℓ लम्बाई वाली छड़ के मध्य बिन्दु के पास रखते है। छड़ को इसके मध्य बिन्दु से गुजरने वाली ऊर्ध्वाधर अक्ष के सापेक्ष ω कोणीय वेग से घूमते है। छड़ की जमीन सतह से ऊँचाई 'h' है। सतह पर उन दोनों बिन्दुओं के बीच की दूरी बताइये जहां पर वलय छड़ से अलग होकर गिरेगी।



11. एक R त्रिज्या की वृत्ताकार क्षैतिज सड़क पर एक कार $\frac{dv}{dt} = a$ की नियत दर से बढ़ती हुई चाल से गतिशील है। सड़क तथा टायर के मध्य घर्षण गुणांक μ है। कार की वह चाल ज्ञात करिये जिस पर कार फिसलकर लुड़क जायेगी।

12. जैसा कि चित्र में प्रदर्शित किया गया है कि 100 m की समान त्रिज्या के दो वृत्ताकार भागों ABC तथा CDE को जोड़कर एक पथ बनाया गया है। प्रत्येक भाग केन्द्र पर समकोण अंतरित करता है। एक साईकिल जिसका सवार सहित भार 100 kg है। इस पथ पर 15 km/h घंटा की नियत चाल से गति कर रही है। (A) जब साईकिल B व F पर है, इस पर सड़क के द्वारा साईकिल के टायर पर लगाया गया घर्षण बल ज्ञात कीजिए। (C) साइकिल के C बिन्दु को पार करने के तुरन्त पहले तथा तुरंत पश्चात् साइकिल तथा सड़क के मध्य अभिलम्बवत् बल ज्ञात कीजिए। (D) साइकिल तथा सड़क के मध्य घर्षण गुणांक का न्यूनतम मान कितना होना चाहिए, जिससे साइकिल नियत चाल से गति कर सके ? (g = 10m/s²)



PART - II : OBJECTIVE QUESTIONS

***Marks question are MCQ.**

1*. एक भारी कण 1.6 m लम्बाई की रस्सी के एक सिरे पर जोड़ा जाता है तथा दूसरा सिरा O (स्थिर) यह एक दोलक (conical pendulum) की तरह घूर्णन गति करता है। जिसका ऊर्ध्वाधर से कोण 60^0 है।

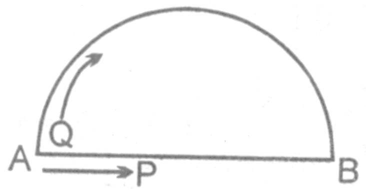
(A) इसका आवर्तकाल $\frac{4\pi}{7}$sec. सैकण्ड होगा (B) रस्सी में तनाव कण के भार का दुगुना होगा।

(C) कण कल चाल $= 2.8\sqrt{3}\,m/s$ होगी (D) कण का अभिकेन्द्रीय त्वरण $9.8\sqrt{3}m/s^2$ होगा।

2. एक लड़का 1.2 मी. लम्बी डोरी की सहायता से एक पत्थर को जमीन से 1.8 मी. ऊपर क्षैतिज वृत्त में घुमाया है। डोरी टुट जाती है और पत्थर क्षैतिज दिशा में उड़ कर 9.1 मी. दूर जमीन से टकराता है। वृत्तीय गति के दौरान अभिकेन्द्रीय त्वरण था– (g = 9.8 m/s²)

(A) 94 मी./से.² (B) 141 मी./से.² (C) 188 मी./से.² (D) 282 मी./से.²

3. दो कण P व Q अपनी यात्रा एक साथ बिन्दु A से प्रारम्भ करते है। P एक चिकने क्षैतिज तार AB के अनुदिश गति करता है। Q एक चिकने वक्रीय पथ के अनुदिश गति करता है। वक्रीय पथ के सम्पर्क में रहते हुये B तक पहुँचने के लिये Q के पास A पर पर्याप्त वेग है। A पर Q के वेग का क्षैतिज घटक तार के अनुदिश P के वेग के बराबर है। गति का ऊर्ध्वाधन है। यदि P व Q द्वारा B तक पहुँचने में लिये गये समय क्रमशः t_1 व t_2 हो तो (P का वेग नियत मानें) –



(A) $t_1 = t_2$ (B) $t_1 > t_2$ (C) $t_1 < t_2$ (D) इनमें से कोई नहीं

4. 1 किग्रा द्रव्यमान के पत्थर को $L = \frac{10}{3}$ मी. लम्बी अवितान्य डोरी से बांधकर ऊर्ध्व तल में वृत्ताकार पथ पर घुमाया जाता है। डोरी में अधिकतम तनाव और न्यूनतम तनाव का अनुपात 4 है। यदि g का मान 10 मी/से² मानाजाये तो वृत्त के शीर्षतम बिन्दु पर पत्थर की चाल होगी–

(A) 10 मी/से. (B) $5\sqrt{2}$ मी/से. (C) $10\sqrt{3}$ मी/से. (D) 20 मी/से.

5. एक कण को मीनार से क्षैतिज दिशा में वेग v_0 से फेंका जाता है। यदि किसी क्षण v वेग हो, तो इस बिन्दु पर वक्रता त्रिज्या (जहां उस क्षण कण है) निम्न के समानुपाती होगी।

(A) v^3 (B) v^2 (C) v (D) 1/v

6. m द्रव्यमान के छोटे गोले को धागे से बांधकर लटकाया गया है। इसको पहले एक ओर इतना विस्थापित किया जाता है। कि धारा ऊर्ध्व से समकोण बनाता है फिर इसको छोड़ दिया जाता है, तो–

(i) गोले का सम्पूर्ण त्वरण तथा धागे में तनाव θ के फलन के रूप में होगा ($\theta =$ धागे द्वारा ऊर्ध्व से बनाया गया कोण)

(A) $g\sqrt{1+3\cos^2\theta}$, $T = 3mg\cos\theta$ (B) $g\cos\theta, T = 3mg\cos\theta$

(C) $g\sqrt{1+3\cos^2\theta}$, $T = 5mg\cos\theta$ (D) $g\sin\theta, T = 5mg\cos\theta$

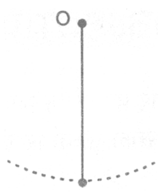
(ii) जब गोले के वेग का ऊर्ध्वाधर घटक अधिकतम हो तो धागे में तनाव होगा–

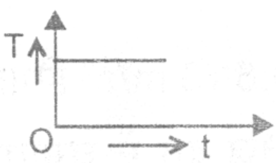
(A) mg (B) $mg\sqrt{2}$ (C) $mg\sqrt{3}$ (D) $\frac{mg}{\sqrt{3}}$

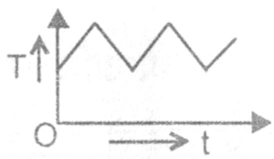
(iii) जब कुल त्वरण सदिश क्षैतिज दिशा में हा तो धागे एवं उर्ध्व के मध्य कोण θ है तो–

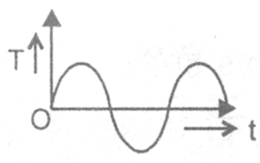
(A) $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (B) $\cos\theta = \frac{1}{3}$ (C) $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (D) $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

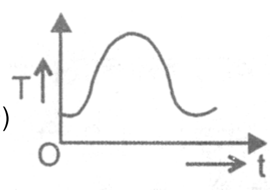
7. m द्रव्यमान का कण ℓ लम्बाई की डोरी की सहायता से एक स्थिर बिन्दु O से लटकाया गया है। t = 0 पर इसको साम्यस्थिति से विस्थापित $(\theta < 90^0)$ करके छोड़ दिया जाता है। सयम t के सापेक्ष डोरी में तनाव T के परिवर्तन को दर्शाने वाला ग्राफ हो सकता है।



(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

8. R त्रिज्या के वृत्त पर चलते हुए कण की गतिज ऊर्जा k की तय की गयी दूरी पर निर्भरता $k = as^2$ के अनुसार है, जहां a स्थिरांक है। कण पर लग रहा कुल बल है–

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

(A) $2a\dfrac{s^2}{R}$ (B) $2as\left(1+\dfrac{s^2}{R^2}\right)^{1/2}$ (C) 2as (D) $2a\dfrac{R^2}{s}$

9*. r त्रिज्या के वृत्ताकार क्षैतिज पथ पर M द्रव्यमान की एक कार गतिशील है। किसी क्षण पर इसकी चाल v है तथा यह a दर से बढ़ रही है–

(A) कार का त्वरण, पथ के केन्द्र की ओर है।

(B) कार पर लग रहे घर्षण बल का परिमाण $\dfrac{mv^2}{r}$ से अधिक है।

(C) कार एवं जमीन के मध्य घर्षण गुणांक का मान a/g से कम नहीं है।

(D) कार एक जमीन के मध्य घर्षण गुणांक $\mu = \tan^{-1}\dfrac{v^2}{rg}$ है।

10. एक पत्थर को समय t = 0 sec पर धरातल से प्रक्षेपित किया जाता है तथा प्रक्षेपण के समय वेग के क्षैतिज तथा ऊर्ध्वाधर घटक क्रमश्ः 10 m/s तथा 20 m/s है। तो वह समय क्या होगा जब पत्थर के त्वरण के स्पर्शरेखीय तथा अभिलम्ब घटक बराबर होंगे। G = 10 m/s² (हवा के घर्षण को नगण्य मानें)

(A) $\frac{1}{2}$ sec (B)1 sec (C) 3 sec (D) 4 sec.

11. R त्रिज्या के वृत्त पर एक कण मंदित गति करता है जिससे किसी समय कण के लिये स्पर्शी और लम्बवत् त्वरणों का परिमाण बराबर है। प्रारम्भिक स्थिति में t = 0 पर कण की चाल v_0 है तो–

(i) कण की चाल तय की गई दूरी के फलन के रूप में होगी।

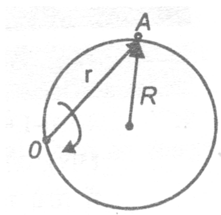
(A) $v = v_0 e^{-s/R}$ (B) $v = v_0 e^{s/R}$ (C) $v = v_0 e^{-R/s}$ (D) $v = v_0 e^{R/s}$

(ii) कण का कुल त्वरण, वेग और तय की गई दूरी के फलन के रूप में होगा।

(A) $a = \sqrt{2}\dfrac{v^2}{R}$ (B) $a = \sqrt{2}\dfrac{v}{R}$ (C) $a = \sqrt{2}\dfrac{R}{v}$ (D) $a = \dfrac{2R}{v}$

12. R त्रिज्या के वृत्त के चाप पर एक कण चल रहा है। इसका वेग चली गई दूरी s पर $a = a\sqrt{s}$ के अनुसार निर्भर करता है, जहाँ a एक नियतांक है। वेग सदिश, तथा कुल त्वरण सदिश के बीच कोण α, s के फलन के रूप में होगा–

(A) $\tan\alpha = \dfrac{R}{2s}$ (B) $\tan\alpha = 2s/R$ (C) $\tan\alpha = \dfrac{2R}{s}$ (D) $\tan\alpha = \dfrac{s}{2R}$



13. एक कण A,R = 50 सेमी. त्रिज्या के वृत्त पर इस तरह गति करता है कि बिन्दु O के सापेक्ष त्रिज्यीय सदिश नियत कोणीय वेग $\omega = 0.40$ रेडियन/से. के साथ घूमता है। कण के वेग का परिमाण v तथा त्वरण w के परिमाण के मान होंगे ?

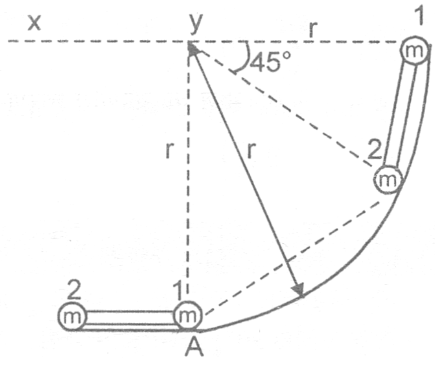
(A) v = 0.4 मी/से. w = 0.4 मी/से.² (B) v = 0.32 मी/से. w = 0.32 मी/से.²
(C) v = 0.32 मी/से. w = 0.4 मी/से.² (D) v = 0.4 मी/से. w = 0.32 मी/से.²

14. 40 किग्रा. द्रव्यमान के गोले को ℓ लम्बाई के धागे से लटकाकार ऊर्ध्वतल में दोलन करवाया जाता है, इसका कोणीय आयाम θ_0 है। दोलन के दौरान जब धारा ऊर्ध्व से θ कोण बनाता है, तब इसमें तनाव कितना होगा ? यदि धाा अधिकतम 80 किग्रा भार तनाव सहन कर सकता है तो गोले के दोलन का अधिकतम आयाम कितना हो सकता है कि धारा टूटू नहीं ?

(A) $3mg\cos\theta - 2mg\cos\theta_0, \theta_0 = 60^0$ (B) $3\,mg\cos\theta + 2\,mg\cos\theta_0,, \theta_0 = 60^0$

(C) $2\,mg\cos\theta - 3\,mg\cos\theta_0, \theta_0 = 60^0$ (D) $2\,mg\cos\theta + 3\,mg\cos\theta_0,, \theta_0 = 60^0$

15. एक हल्की एवं दृढ़ छड़ से दो छोटे गोले जुडे हुए है। प्रत्येक का द्रव्यमान m है, यह चित्र में दर्शायी गयी स्थिति से ऊर्ध्व तल में एक वृत्ताकार खांचे (circular guide) में फिसलते है।–



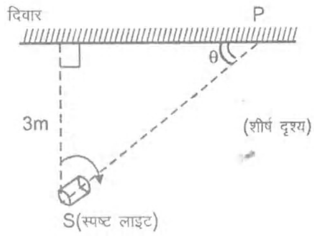
(i) जब वे बिन्दुकित क्षैतिज स्थिति में पहुंचते है तो उनका उभनिष्ठ वेग होगा–

(A) $\sqrt{2gr - \frac{1}{\sqrt{2r}}}$ (B) $10\sqrt{2gr - \frac{1}{\sqrt{2}}gr}$ (C) $\sqrt{gr}$ (D) $\sqrt{gr}/2$

(ii) गोलों के स्थिति A में पहुंचने से ठीक पहले, गोले 1 तथा स्पर्शी तल के बीच बल R होगा। (द्रव्यमान छड़ गोलों पर छड़ के लम्ब्वत् दिशा में बल नहीं लगाती) [यह घूर्णन गति में बताया जायेगा।]:

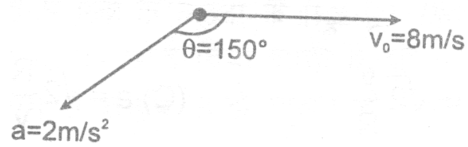
(A) 22.9 mg (B) 2.29 mg (C) mg (D) mg/3

16. एक स्पॉट लाइट S, नियत कोणीय वेग 0.1 रेडियन/ से के साथ क्षैतिज तल में घूमती है। लाइट का स्पॉट P, 3 मी. दूर स्थित दीवार के अनुदिश गति करता है। जब $\theta = 45^0$ है तो स्पॉट P का वेग कितना है–



(A) 0.6 m/s (B) 0.5 m/s
(B) 0.4 m/s (D) 0.3 m/s

17. चित्र में एक बिन्दु द्रव्यमान की गति के प्रारम्भिक कण के त्वरण तथा वेग दर्शाये गये है। यदि वस्तु का (बिन्दु द्रव्यमान) त्वरण सदिश नियत रहता है तो वस्तु के पथ की न्यूनतम वक्रता त्रिज्या है–

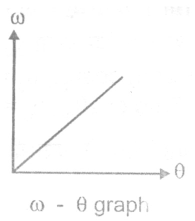


(A) 2 metrt (B) 4 meter (C) 8 meter (D) 16 meter

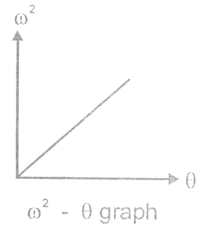
Exercise # 2

PART - I : SUBJECTIVE QUESTIONS

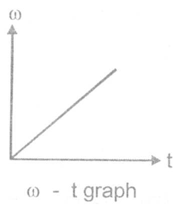
1. स्तम्भ I में दी गई स्थिति कण की वृत्तीय गति का ग्राफ बताता है। यहाँ चर ω, θ तथा t क्रमशः कोणीय चाल (किसी समय t पर), कोणीय विस्थापन (समय t में) तथा समय को दर्शाते है। स्तम्भ II में कुछ परिणाम के निष्कर्ष दिए गये है। स्तम्भ I में दिये गये ग्राफ को उनके संगत कथनों (स्तम्भ II) से सुमेलित कीजिये व अपने उत्तरों को OMR में दी गई 4×4 की मैट्रिक्स में उचित बुलबुलों को गहरा कर दीजिए।

(A) 

(p) कण का कोणीय त्वरण एकसमान है।

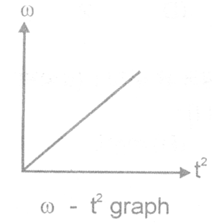
(B) 

(q) कण का कोणीय त्वरण असमान है।

(C) 

(r) कण का कोणीय त्वरण 't' के सीधे समानुपाती है।

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

(D) 

(s) कण का कोणीय त्वरण, θ के सीधे समानुपाती है।

2. एक कण वृत्त की परिधि पर चाल $v = 2t^2$ से चल रहा है वृत्त की त्रिज्या R है। स्तम्भ I में दी गई राशियों को स्तम्भ II से सुमेलित करिये।

स्तम्भ I	**स्तम्भ II**
(A) कण के स्पर्शरेखीय त्वरण का परिमाण	(p) समय के साथ घटता है।
(B) कण के अभिकेन्द्रीय त्वरण का परिमाण	(q) समय के साथ बढ़ता है।
(C) कण की कोणीय चाल (वृत्त के केन्द्र के सापेक्ष) का परिमाण	(r) नियत रहता है।
(D) कण के कुल त्वरण सदिश तथा अभिकेन्द्रीय त्वरण सदिश के मध्य कोण	(s) त्रिज्या R के मान पर निर्भर करता है।

PART - II : COMPREHENSOIN

अनुच्छेद # 1

एक कण का एकसमान वृत्तीय गति करता है। किसी क्षण का वेग तथा कोणीय वेग क्रमशः $\vec{v} = 3\hat{i} + 4\hat{j}\,m/s$ तथा $\vec{\omega} = x\hat{i} + 6\hat{j}\,rad/sec$ है।

3. x का मान रेडियन/सेकण्ड में हे–

(A) 8 (B) -8 (C) 6 (D) परिकलन नहीं किया जा सकता।

4. वृत्त की त्रिज्या मीटर में है–

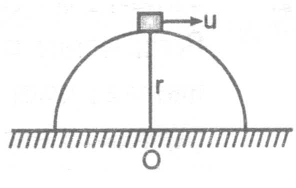
(A) 1/2 m (B) 1 m (C) 2 m (D) परिकलन नहीं किया जा सकता

5. दिये गये क्षण पर कण का त्वरण है–

(A) -50 k (B) -42 k (C) $2\hat{i} + 3\hat{j}$ (D) परिकलन नहीं किया जा सकता

अनुच्छेद # 2

द्रव्यमान m का एक छोटा गुटका r त्रिज्या के एक चिकने एवं दृढ़ अर्द्धगोले के शीर्ष से क्षैतिज दिशा में u चाल से चित्रानुसार प्रक्षेपित किया जाता है। $u \ge u_{0,} (u_0 = \sqrt{gr})$ के लिये यह अर्द्धगोले पर नहीं फिसलता है। (अर्थात् अर्द्धगोले के शीर्ष पर ही सतह को छोड़ देता है।)



6. $u = 2u_{0.}$ के लिए यह गुटका सतह पर बिन्दु P पर गिरता है, OP ज्ञात करो–

(A) $\sqrt{2}\,r$ (B) 2 r (C) 4r (D) $2\sqrt{2}\,r$

7. $u = u_0/3$, के लिये सतह के वह ऊँचाई ज्ञात करो जिस पर यह गुटका अर्द्धगोले को छोड़ देता है–

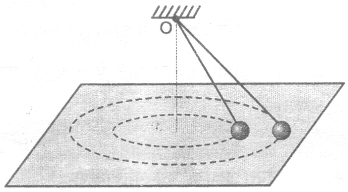
(A) $\frac{19r}{9}$ (B) $\frac{19r}{27}$ (C) $\frac{10r}{9}$ (D) $\frac{10r}{27}$

8. यह गुटका जिस क्षण अर्द्धगोले को छोड़ता है त इसका कुल त्वरण क्या है–

(A) -g (B) g/2 (C) g (D) g/3

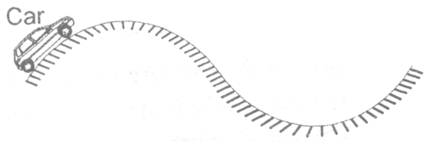
PART - III : ASSERTION / REASON

9. वक्तव्य–1: छत पर स्थित एक ही बिन्दु O से भिन्न–भिन्न लम्बाईयों की डोरियों से दो छोटे गोले लटके हुये है। दोनों गोले चित्रानुसार क्षैतिज वृत्तों के अनुदिश गति करते है। तो दोनों गोले एक ही क्षैतिज तल में स्थित वृत्तों के अनुदिश गति कर सकते है।



वक्तव्य–2: वक्तव्य–1 में दोनों गोलों की एक ही क्षैतिज तल में वृत्ताकार पथों में गति करने के लिये, उनकी कोणीय चाल समान होगी।
(A) दोनों वक्तव्य सत्य है तथा वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या करता है।
(B) दोनों वक्तव्य सत्य है परन्तु वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या नहीं करता है।
(C) वक्तव्य 1 सत्य है तथा वक्तव्य 2 असत्य है।
(D) वक्तव्य 1 असत्य है किन्तु वक्तव्य 2 सत्य है।

10. **वक्तव्य–1**: एक कार एक सड़क के अनुदिश एकसमान चाल से गति करती है। कार का पथ ऊर्ध्वाधर तल में है तथा चित्र मं दिखया गया है, पथ की वक्रता त्रिज्या (R) हर जग समान है। यदि उच्चतम बिन्दु पर कार का सड़क के साथ सम्पर्क नहीं टुटता है, तो यह दिखाये गये पथ पर कहीं भी सड़क से सम्पर्क तोड़े बिना गति कर सकती है।



वक्तव्य–2: कार का सड़क से सम्पर्क टूटने के लिए, कार तथा सड़क के बीच अभिलम्ब प्रतिक्रिया शून्य होनी चाहिए।
(A) दोनों वक्तव्य सत्य है तथा वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या करता है।
(B) दोनों वक्तव्य सत्य है परन्तु वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या नहीं करता है।
(C) वक्तव्य 1 सत्य है तथा वक्तव्य 2 असत्य है।
(D) वक्तव्य 1 असत्य है किन्तु वक्तव्य 2 सत्य है।

11. **वक्तव्य–2:** एक ऊर्ध्वाधर तल में रस्सी से बंधी गेंद वृत्तीय गति (त्रिज्या R) कर हरी है। रस्सी हमेशा ऊर्ध्वाधर तल में रहती है। रस्सी में अधिकतम तथा न्यूनतम तनाव का अन्तर सबसे नीचे वाली स्थिति पर गेंद की चाल u पर निर्भर नहीं करता है। $(u > \sqrt{5gR})$

वक्तव्य–2 : एक गेंद जिसका द्रव्यमान m है उसको रस्सी से बांध रखा है तथा गेंद को ऊर्ध्वाधन वृत्ताकार गति (त्रिज्या R) करायी जाती है, गेंद के गतिज ऊर्जा के परिमाण में अधिकतम तथा न्यूनतम मान में अंतर गेंद के सबसे निम्नतम स्थिति में गेंद की चाल (u) पर निर्भर नहीं करता है। $(u > \sqrt{5gr})$
(A) दोनों वक्तव्य सत्य है तथा वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या करता है।
(B) दोनों वक्तव्य सत्य है परन्तु वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या नहीं करता है।
(C) वक्तव्य 1 सत्य है तथा वक्तव्य 2 असत्य है।
(D) वक्तव्य 1 असत्य है किन्तु वक्तव्य 2 सत्य है।

12. **वक्तव्य–1:** जब एक कण को क्षैतिज से किसी कोणपर प्रक्षेपित किया जाता है, तो ऊपर जाने के दौरान पथ की वक्रता त्रिज्या लगातार घटती है।

वक्तव्य–2: वक्रता त्रिज्या उस बिन्दु पर वेग के परिमाण के वर्ग तथा त्वरण के अनुपात के बराबर होगा है।
(A) दोनों वक्तव्य सत्य है तथा वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या करता है।
(B) दोनों वक्तव्य सत्य है परन्तु वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या नहीं करता है।
(C) वक्तव्य 1 सत्य है तथा वक्तव्य 2 असत्य है।
(D) वक्तव्य 1 असत्य है किन्तु वक्तव्य 2 सत्य है।

PART - IV : TRUE / FALSE

13. सत्य / असत्य बताइये :
(i) एक कण वृत्त पर गति कर रहा है तथा इसकी चाल कम होती जा रही है। तब इसके वेग तथा कुल त्वरण के मध्य कोण 180^0 है।

(ii) एक कण वृत्त में एकसमान गति कर रहा है। तब इसके वेग व त्वरण के मध्य कोण 90^0 है।

(iii) एक कण क्षैतिज वृत्त में गति कर रहा है तो यह ऊर्ध्वाधर दिशा में साम्यवस्था में होगा।

(iv) यदि एक वृत्त में घूमते हुए कण का कोणीय त्वरण समय के साथ परिवर्तित होता है तो औसत कोणीय चाल $\omega = \frac{\omega_{\text{प्रारम्भिक}} + \omega_{\text{अन्तिम}}}{2}$

(v) मंदित वृत्तीय गति में कण के परिणामी त्वरण का परिमाण अभिकेन्द्रीय त्वरण के परिमाण से कम होता है।

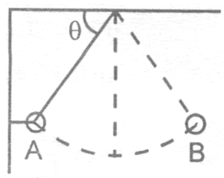
PART - V : FILL IN THE BLANKS

14. **रिक्त स्थानों की पूर्ति करो :**

(i) एक मोटर कार 100 m त्रिज्या के वृत्ताकार पथ पर 20 m/s से चल रही है। यह अपनी चाल 3 m/s² की दर से बढ़ा रही है। मोटर कार का त्वरण है..........

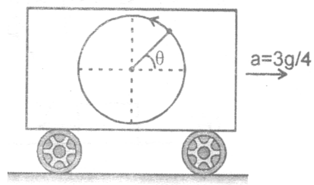
(ii) नियत कोणीय वेग के साथ वृत्तीय गति में आधे परिक्रमण के लिये औसत त्वरण का परिमाण इसके तात्क्षणिक त्वरण के परिमाण का...... का गुना होगा।

(iii) दो हल्की डोरियों द्वारा एक गेंद को स्थिति A में स्थिर रखा जाता है। (चित्रानुसार) क्षैतिज डोरी को काट देने पर गेंद लालक की भांति झूलने लगती है। लटकी हुयी डोरी में स्थिति B (काटने के बाद) व स्थिति A (काटने से पूर्व) में उत्पन्न तनावों का अनुपात–––– होगा।



(iv) एक वक्रीय सड़क की चौड़ाई 'b' है व वक्रता त्रिज्या 'r' है। इस पर गतिशील एक वाहन का आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करने के लिये सड़क के बाहरी व आंतरिक किनारों की ऊँचाई में अंतर h बना देते है। तो इस पर टायर के न्यूनतम टूटने फटने के लिये वाहन को.......वेग से चलना चाहिए।

(v) एक बस a= 3/4 नियत त्वरण से दांयी तरफ गति कर रही है। बस में एक गेंद जो रस्सी से जुड़ी है, ऊर्ध्वाधर तल में चित्रानुसार वृत्तीय गति कररही है। रस्सी में तनाव न्यूनतम होगा जब रस्सी θ कोण बनाती है। तो θ =–––– होगा



Exercise # 4

JEE PROBLEMS (LAST 10 YEARS)

1. $m_1 = 10$ किग्रा एवं $m_2 = 5$ किग्रा द्रव्यमान वाले दो पिण्डों को 0.3 मी. लम्बी द्रव्यमानहीन एवं अवितान्य डोरी के सिरों से जोड़कर घूर्णी मेज (Turn Table) पर व्यास के अनुदिश रखा गया है। मेज तथा m_1 के बीच घर्षण गुणांक 0.5 है जबकि m_2 तथा मेज के बीच घर्षण नही है। मेज अपने केन्द्र O से गुजरने वाली उर्ध्व अक्ष के परितः 10 रे/से कोणीय वेग के साथ घूर्णन कर रही है। द्रव्यमानों को O के दोनों ओर टेबल के व्यास पर इस प्रकार रखा गया है। कि द्रव्यमान m_1 की O से दूरी 0.124 मी. है। घूर्णी मेज पर स्थित प्रेक के सापेक्ष द्रव्यमान स्थिर है।

(i) m_1 पर घर्षण बल की गणना कीजिये।

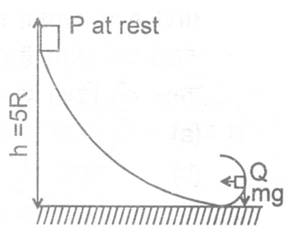
(ii) घूर्णी मेज की न्यूनतम कोणीय चाल कितनी हो कि द्रव्यमान इस स्थिति से फिसल जायें

(ii) डोरी को खिंची हुई रखते हुए द्रव्यमानों को किस प्रकार रखा जाये कि m_1 पर कोई घर्षण बल न लगे।

[JEE 1997, 5/100]

2. m द्रव्यमान का एक छोटा पिण्ड चित्र में दर्शाये अनुसार घर्षण रहित पथ पर फिसलता है।
(i) यदि यह P पर विरामावस्था से गति प्रारम्भ करता है, तो स्थिति Q में इस पर परिणामी बल कितना है ?
(ii) लूप के पैंदे से कितनी ऊंचाई ऊपर से पिण्ड को छोड़ा जाये कि इसके द्वारा लूप के शीर्ष पर पथ के विरूद्ध लगाया गया बल इसके भार के बराबर हो जाये ?

[REE 1997]

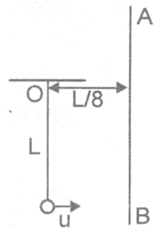


3. L लम्बाई की डोरी से एक पत्थर को बांधकर ऊर्ध्व वृत्त में इस प्रकार घुमाया जाता है कि डोरी का दूसरा सिरा केन्द्र पर रहता है। किसी विशिष्ट समय पर पत्थर न्यूनतम स्थिति में रहता है तथा यहाँ इसकी चाल u है। जब यह ऐसी स्थिति में पहुंचता है जहां डोरी क्षैतिज हो जाती है तो इसके वेग में परिवर्तन का परिमाण होगा–

(A) $\sqrt{u^2 - 2gL}$ (B) $\sqrt{2gL}$ (C) $\sqrt{u^2 - gL}$ (D) $\sqrt{2(u^2 - gL)}$

4. R त्रिज्या के घर्षण रहित गोले के शीर्ष पर स्थित कण स्थिरावस्था से फिसलना प्रारम्भ करता है। गोला धरातल पर जड़वत हो तो धरातल से वह ऊंचाई ज्ञात करो जहाँ पर कण गोले की सतह को छोड देगा। **[REE 1998]**

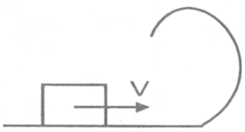
5. एक कण बिन्दु O से L लम्बाई की अवितान्य रस्सी से ऊर्ध्वाधर लटका हुआ है। एक ऊर्ध्वाधर रेखा AB बिन्दु O से चित्रानुसार L/8 दूरी पर स्थित है। कण को क्षैतिज वेग u दिया जाता है। किसी क्षण कण की वृत्तीय गति खत्म हो जाती है फलस्वरूप कण रेखा AB को पार करती है। उस क्षण का वेग क्षैतिज होता है तो u का मान ज्ञात करो। **[JEE 1999, 10/200]**

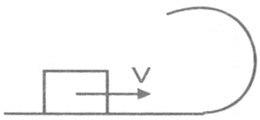


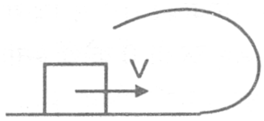
6. एक लम्बी क्षैतिज छड़ पर एक मोती पिरोया गया है, यह छड़ की लम्बाई के अनुदिष फिसल सकता है और प्रारम्भ में यह छड़ के एक सिरे A से L दूरी पर है। छड़ को A के पारितः नियत कोणीय त्वरण α के साथ घुमाया जाता है। यदि छड़ एवं मोती के बीच घर्षण गुणांक μ है और गुरूत्व को नगण्य माना जाये तो कितने समय पश्चात् मोती फिसलना प्रारम्भ कर देगा ? **[JEE (Scr) 2000, 3/105]**

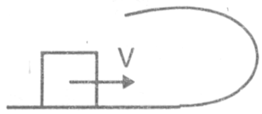
(A) $\sqrt{\frac{\mu}{\alpha}}$ (B) $\frac{\mu}{\sqrt{\alpha}}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{\mu\alpha}}$ (D) ज्ञात नहीं कर सकते

7. नीचे दर्शाये गये चारों पथों में एक छोटा पिण्ड तेजी से प्रक्षेपित किया जाता है। प्रत्येक पथ समान ऊँचाई तक ऊपर उठता है। पिण्ड की चाल जिससे वह पथ में प्रवेश करता है प्रत्येक स्थिति में बराबर है। किस विकल्प में पथ के उच्चतम बिन्दु पर अभिलम्बवत् प्रतिक्रिया अधिकतम होगी– **[JEE (Scr) 2001, 3/105]**

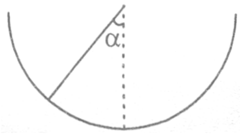
(A) 

(B) 

(C) 

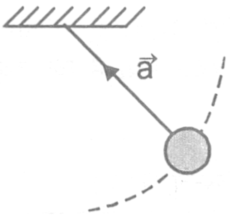
(D) 

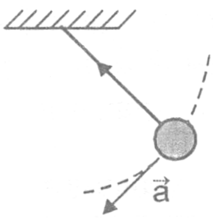
8. चित्रानुसार एक कीट अर्द्धगोलाकार गोले में ऊपर की तरफ धीरे–धीरे चढ़ता है, कीट तथा सतह के मध्य घर्षण गुणाक 1/3 है। अर्द्धगोलीय सतह के केन्द्र व कीट को मिलाने वाली रेखा ऊर्ध्वाधर से α कोण बनाती है, तो α का अधिकतम संभव मान होगा। **[JEE (Scr) 2001, 3/105]**

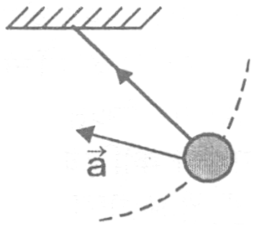


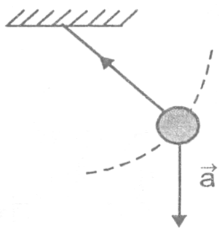
(A) $\cot\alpha = 3$ (B) $\tan\alpha = 3$ (C) $\sec\alpha = 3$ (D) $\text{cosec}\alpha = 3$

9. एक सरल लोलक बिना मंदर के दोलन कर रहा है जब गोलक का विस्थापन अधिकतम से कम है। तब इसके त्वरण सदिश $\vec{a}$ का सही प्रदर्शन होगा। **[JEE 2002, 5/90]**

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

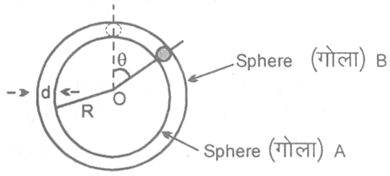
10. दो संकेन्द्रीय गोलों A व B के मध्य में एक m द्रव्यमान की गोलाकार गेंद उच्चतम बिन्दु पर स्थित है। (चित्र देखों) छोटे गोले A की त्रिज्या R और दोनों गोलों के मध्य खाली स्थान की चोड़ाई d है। गेंद का व्यास d से थोड़ा सा कम है। सभी सतह

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

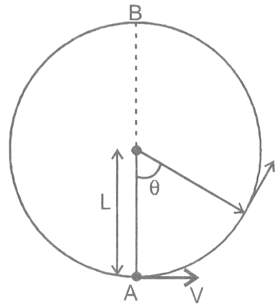
घर्षणहीन है। गेंद को हल्का सा धक्का दिया जाता है। (चित्र में दायें तरफ) गेंद कें त्रिज्यीय सदिश द्वारा ऊर्ध्वाधर ऊपर की दिशा से दिशा से बनाया गया कोण θ है। (चित्र में प्रदर्शित है) **[JEE 2002, 5/60]**

(a) गोलो द्वारा गेंद पर आरोपित कुल अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल का व्यंजक, θ के फलन के रूप में ज्ञात करो।

(b) माना N_A व N_B क्रमशः गोले A और गोले B के द्वारा गेंद पर आरोपित अभिलम्ब बलों के परिमाण है। परास $0 \le \theta \le \pi$ के लिऐ N_A व N_B को $\cos\theta$ के फलन के रूप अलग–अलग ग्राफ द्वारा प्रदर्शित करो। $\cos\theta$ को क्षैतिज अक्ष पर लो।



11. लम्बाई L की एक द्रव्यमान रहित कमानी से M द्रव्यमान का एक गोलक लटकाया गया है। बिन्दु A पर क्षैतिज वेग V गोलक को बिन्दु B पर पहुंचाने के लिये पर्याप्त मात्र है। कोण θ जिस प गोलक की गति बिन्दु A वाली गति से आधी हो जाये, निम्न को संतुष्ट करेगा। **[JEE 2008, 3/243]**
चित्रः



(A) $\theta = \frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$
(C) $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{4}$ (D) $\frac{3\pi}{4} < \theta < \pi$

Answers

Exercise – 1

PART - I

SECTION (A):

A1. (a) प्रथम (b) तृतीय

A2. 3 : 1

SECTION (B):

B2. (a) t=2s, (b) $\pi m/s = 3.14 m/s$, (c) $\frac{\sqrt{5}}{2}\pi m/s^2$

B3. (a) 4.0 cm/s^2, (b) 2.0 cm/s^2, (c) $\sqrt{20} cm/s^2$

SECTION (C):

C1. $\frac{u^2\cos^2\theta}{g\cos^3(\theta/2)}$

C2. (i) $\frac{mv^2}{R}$ (ii) $\frac{\mu mv^2}{R}$ (iii) $-\frac{\mu v^2}{R}$ (iv) $v_0 e^{-2\mu\pi}$

SECTION (D):

D1. $2\sqrt{\frac{6}{5}}$ sec., $\frac{13}{6}$N($\pi^2 = 10$ मानिए)

D2. $\frac{2}{5}$

D3. $T = m\ell n^2$

D4. (a) $\frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{35}{2}}$ per min. $= 39.6$ per min., (b) 150 N

SECTION (E):

E1. $\frac{9}{2}mg$

E2. (i) $h_{min} = \frac{5}{2}r$ (ii) F = 6 mg

E3. $\frac{4}{5}m$

SECTION (F):

F1. $\tan^{-1}(1/4), 1/4$

F2. $\sqrt{\frac{50}{3}} \times \frac{18}{5} = 14.7 km/h$ तथा 54 km/hr के बीच

F3. (a) 0.35% (b) 2.0 hour

PART - II

SECTION (A):

A1. D **A2.** ACD

A3. D

SECTION (B):

B1. C **B2.** C **B3.** B **B4.** B

SECTION (C):

C1. A **C2.** A **C3.** B

SECTION (D):

D1. A **D2.** D

SECTION (E):

E1. A **E2.** B **E3.** AC **E4.** B

E5. BC **E6.** BCDE

SECTION (F):

F1. BC **F2.** A **F3.** BD

Exercise -2

PART - I

1. (a) $25\frac{\sqrt{3}}{2}ms^2$ (b) $\left(125\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^{1/2}$ m/s (c) $\frac{25}{2}m/s^2$

2. $\frac{5\pi R}{6v}, \frac{11\pi}{6}, \frac{17v}{5R}, \frac{289v}{25R}$

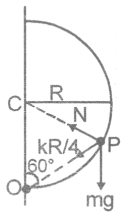
3. $\left(\frac{4\tan\theta}{k}\right)^{\frac{1}{3}}$

4. $\cos\theta = 3/5,\ T = 9.8N, N = \frac{147}{50} = 2.94N$

5. $\sqrt{\frac{2L}{\theta^2 R\cos\theta}}$

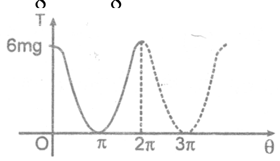
6. (a) $\sqrt{\mu g/L}$, (b) $\left[\left(\frac{\mu g}{L}\right)^2 - \alpha^2\right]^{\frac{1}{4}}$

7. $\mu_{min} = 3 - 2\cos\theta$



8. $\frac{5\sqrt{3}}{8}g, \frac{3mg}{8}$

9.



10. $2\sqrt{y^2+(x+\ell)^2}\,;x=y=\omega\ell\sqrt{\frac{2h}{g}}$

11. $\left[(\mu^2g^2-a^2)R^2\right]^{\frac{1}{4}}$

12. (a) 975N, 1025 N, (b) 0,707N,0
(c) 682N, 732N, (d) 0.1037

PART - II

1.	ABCD	**2.**	C	**3.**	B
4.	A	**5.**	A		
6.	(i) A (ii) C (iii) A			**7.**	D
8.	B	**9.**	BC	**10.**	BC
11.	(i) A (ii) A	**12.**	B	**13.**	D
14.	A	**15.**	(i) A (ii) B	**16.**	A
17.	C				

Exercise -3

1. (A) q,s (B) p (C) p (D) q,r

2. (A) q (B) q,s (C) q,s (D) p,s

PART - II

3.	B	**4.**	A	**5.**	A	**6.**	D
7.	B	**8.**	C				

PART - III

9.	A	**10.**	D	**11.**	A	**12.**	C

PART - IV

13. (i) असत्य (ii) सत्य
(iii) सत्य (iv) असत्य (v) असत्य

PART - V

14. (i) 5 m/s^2 (ii) $\frac{2}{\pi}$ (iii) $\sin^2\theta$

(iv) $\left(\frac{ghr}{\sqrt{b^2-h^2}}\right)$ (v) 53^0

(vi) $\theta=\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)\cong 53^0$

Exercise -4

JEE

1. (i) 36 N (ii) = 11.67 rad/s
(iii) $r_1=0.1\,m$ and $r_2=0.2\,m$

2. $(\sqrt{65})mg, 3R$

3. D

4. H=(5/3)R

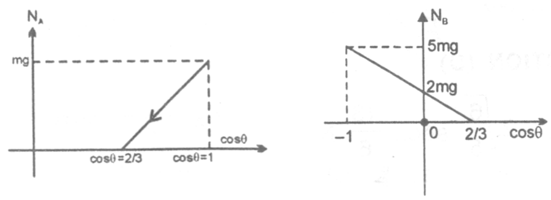
5. $u=\sqrt{gL\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}+2\right)}$

6. A 7. A

8. A 9. C

10. (a) $N=3mg\cos\theta-2mg$,

(b)



11. D

MQB

PART – I : OBJECTIVE QUESTIONS

***Marks question are MCQ.**

1*. केन्द्र के परितः वृत्ताकार पथर पर गतिशील कण का स्थिति सदिश समान समय में समान क्षेत्रफल तय करता है इसका
(A) वेग नियत रहता है। (B) चाल नियत रहती है।
(C) त्वरण नियत रहता है। (D) स्पर्श रेखीय त्वरण नियत रहता है।

2. समरूपी वृत्तीय गति में नियत रहने वाली राशि है–
(A) रेखीय वेग (B) अभिकेन्द्रीय बल (C) त्वरण (D) चाल

3. जब कोई कण किसी वृत्त में एक समान चाल से गति करता है तो–
(A) इसका वेग एवं त्वरण दोनों नियत रहते है।
(B) इसका वेग नियत रहता है किन्तु त्वरण परिवर्तित होता है।
(C) इसका त्वरण नियत रहता है किन्तु वेग परिवर्तित होता है।
(D) इसका वेग व त्वरण दोनों परिवर्तित होते है।

4. यदि वृत्त में गति करता हुआ कोई कण, समान समय में समान कोण तय करता है, तो इसका वेग सदिश
(A) नियत करता है। (B) परिमाण में परिवर्तित होता है।
(C) दिशा परिवर्तित करता है। (D) परिमाण एवं दिशा दोनो ही परवर्तित होती है।

5. जब एक समान रूप से परिक्रमण कर रही वस्तु की कोणीय चाल तीन गुनी कर दी जाती है। तो इस पर लग रहा परिणामी बल 60 N बढ़ जाता ह। दोनों परिस्थितियों में वस्तु का त्वरण ज्ञात कीजिये। वस्तु का द्रव्यमान m = 3 किग्रा है।
(A) 2.5 ms^{-2}, 7.5 ms^{-2} (B) 7.5 ms^{-2}, 22.5 ms^{-2} (C) 5 ms^{-2}, 22.5 ms^{-2} (D) 2.5 ms^{-2}, 22.5 ms^{-2}

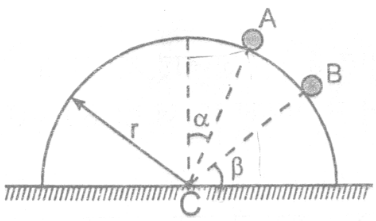
6*. एक वस्तु नियत कोणीय वेग के साथ वृत्त पर घूम रही है। कोणीय त्वरण का परिमाण है–
(A) $r\omega^2$ (B) स्थिर (C) शून्य (D) इनमें से कोई नहीं

7. जब एक कण ऊर्ध्ववल में नियत कोणीय चाल से घूमता है, तो अभिकेन्द्र बल का परिमाण
(A) उच्चतम बिन्दु पर अधिकतम होगा (B) निम्नतम बिन्दु पर अधिकतम होगा
(C) सभी बिन्दुओं पर समान होगा (D) शून्य

8. एक गेंद को डोरी से बांधकर ऊर्ध्व वृत्त में घुमाया (ऊर्ध्व तल में) जाता है, गति के दौरान नियत रहेगा–
(A) रस्सी में तनाव (B) गेंद की चाल । (C) अभिकेन्द्र बल। (D) गेंद पर गुरूत्वाकर्षण बल।

9. किसी बिन्दु से एक L लम्बाई की अवितान्य रस्सी से एक भारी कण ऊर्ध्वाधर लटकाया गया है। कण ऊर्ध्वतल में इस प्रकार घूमना प्रारम्भ करता है कि वृत्त पूरा कर लें। किसी भी व्यास के सिरों पर तनावों के परिमाणों का योग–
(A) पले बढ़ेगा तथा बाद में घटेगा (B) नियत रहेगा।
(C) पहले घटेगा बाद में बढ़ेगा (D) लगातार घटेगा।

10. चित्रानुसार 'r' त्रिज्या के चिकने स्थिर अर्द्धगोले के बिन्दु A से एक कण विरामावस्था से गति प्रारम्भ करता है। कण का B बिन्दु पर सम्पर्क छूट जाता है। C अर्द्धगोले का केन्द्र है तो α तथा β को जोड़ने वाली समीकरण है–



(A) $3\sin\alpha = 2\cos\beta$ (B) $2\sin\alpha = 3\cos\beta$ (C) $3\sin\beta = 2\cos\alpha$ (D) $2\sin\beta = 3\cos\alpha$

11. दूध को घुमाने पर क्रीम अलग होने का कारण –
(A) गुरूत्वाकर्षण बल (B) घर्षण बल (C) अपकेन्द्रीय बल (D) इनमें से कोई नहीं।

12. दो ग्रहों की सूर्य की दूरी क्रमशः लगभग 10^{12} से 10^{13} मीटर है तो उनके आवर्तकात का अनुपात होगा यदि वे वृत्ताकार कक्ष में गति करते है।
(A) (B) $2:\sqrt{10}$ (C) $10\sqrt{10}:1$ (D) $1:10\sqrt{10}$

13. एक युग्म–तारा निकाय में दो तारे A और B है जिनके आवर्तकात T_A और T_B, त्रिज्याएं R_A एवं R_B तथा द्रव्यमान M_A एवं M_A है। सही विकल्प का चयन कीजिये–

(A) यदि $T_A > T_B$ तो $R_A > R_B$ (B) यदि $T_A > T_B$ तो $M_A > M_B$

(C) $\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2 = \left(\frac{R_A}{R_B}\right)$ (D) $T_A = T_B$

PART – II : SUBJECTIVE QUESTIONS

1. निम्न आंकड़ों की सहायता से पृथ्वी के सापेक्ष चन्द्रमा का त्वरण ज्ञात कीजिए। पृथ्वी एवं चन्द्रमा के बीच में दूरी $= 3.85 \times 10^5$ तथा चन्द्रमा को पृथ्वी की एक परिक्रमा पूर्ण करने में लगा समय = 27.3 दिन।

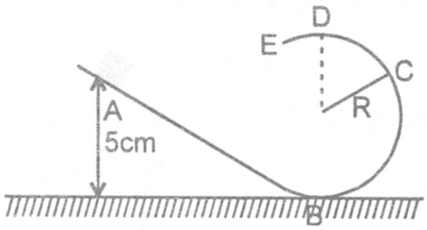
2. पृथ्वी की विषुवत रेखा पर स्थित कण का पृथ्वी के घूर्णन के कारण त्वरण ज्ञात करिये। पृथ्वी का व्यास = 12800 km तथा पृथ्वी को अपनी अक्ष पर एक परिक्रमण पूर्ण करने में लगा समय 24 घंटे।

3. 10 किग्रा. एवं 5 किग्रा. द्रव्यमान वाले दो पिण्ड R एवं r त्रिज्या वाले सकेन्द्रीय वृत्तों पर समान आवर्तकाल से घूम रहे है। इनके अभिकेन्द्रीय त्वरणों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

4. एक कण v = at से वृत्तीय गति कर रहा है जहाँ a = 0.50 मी/से^{2} है। जब कण प्रारम्भ से वृत्त का n-वां (n = 0.10) हिस्सा तय कर लेता है, उस समय कण का कुल त्वरण ज्ञात कीजिए।

5. एक पिण्ड वृत्ताकार पथ पर इस प्रकार घूम रहा है कि इसकी चाल सदैव नियत रहती है। क्या पिण्ड पर कोई बल लग रहा है ?

7. एक घर्षण रहित पथ ABCDE के अंत में R त्रिज्या का वृत्ताकार लूप है। पथ के बिन्दु A से, जिसकी ऊंचाई h=5 सेमी. है, एक वस्तु फिसलता प्रारम्भ करती है। R का वह अधिकतम मान ज्ञात कीजिये जिसके लिये वस्तु लूप को सुगमता पूर्वक पूरा करले।



8. 0.25 किग्रा के द्रव्यमान की गेंद को 1.95 मी. लम्बी रस्सी के सिरे से बांधकर एक क्षैतिज वृत्त में घुमाया जाता है। 25 N से अधिक के तनाव पर रस्सी टूट जाती है। गेंद को किस अधिकतम वेग से घुमाया जा सकता है।

9. 36 km/h की चाल से 10 m त्रिज्या के वृत्ताकार मोड़ पर घूम रही एक कार की छत से एक लोलक लटकाया गया है। यदि घुमाव लेने के दौरान समय लोलक की डोरी का ऊर्ध्वाधर से कोण परिवर्तित नहीं होता है तो कोण का मान ज्ञात कीजिए। लिया गया g = 10 m/s^2.

10. ''मेरी गो राउण्ड'' में बच्चा अपनी सीट को त्रिज्यीय दिशा में बाहर की ओर क्या दबाता है ?

11. वृत्तीय गति के लिये कभी–कभी इस प्रकार का कथन दिया जाता है कि वृत्त के अनुदिश समरूप गति कर रहा कोई कण केन्द्र की ओर इंगित एक बल (अभिकेन्द्रीय बल) अनुभव करता है और इसके तुल्य तथा केन्द्र से परे की ओर इंगित एक बल (अपकेन्द्रीय बल) अनुभव करता है। यह दोनों बल एक साथ कण को साम्यावस्था में रखते है। व्याख्या कीजिए कि इस कथन में क्या त्रुटि है?

12. अभिकेन्द्रीय और अपकेन्द्रीय बल क्या होते है ? ℓ लम्बाई की डोरी से बंधी हुई वस्तु ऊर्ध्व वृत्त को इस प्रकार पूरा करती है कि यह शीर्ष बिन्दु को बस पार करने में सफल हो जाती है। वृत्त के निम्नतम बिन्दु पर न्यूनतम वेग ज्ञात कीजिए।

13. सत्य/असत्य बताइये

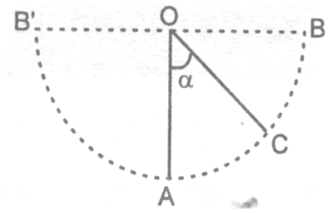
(i) पृथ्वी, सूर्य के चारों ओर वृत्ताकार कक्ष में चककर लगा रही है, इस पर एक बल लग रहा है और इस बल द्वारा पृथ्वी र कोई कार्य आवश्य किया जाना चाहिए।

(ii) 'm' द्रव्यमान की एक सरल लोलक, 40^0 के कोणीय आयाम से दोलन करता है। जब इसका कोणीय विस्थापन 20^0 है तो धागे में तनाव mp cos 20^0 है से अधिक है। कारण सहित बताइये सत्य है या असत्य है।

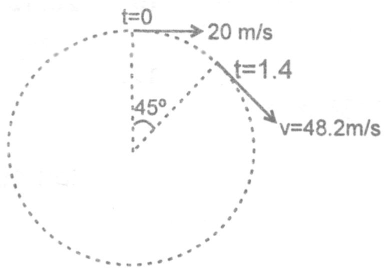
Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

(iii) दो एक समान ट्रेन भूमध्य रेखा के अनुदिष समान चाल से विपरीत दिशा में गतिशील है। वे पटरियों पर समान दाब लगायेंगी। कारण सहित बताइये सत्य या असत्य ।

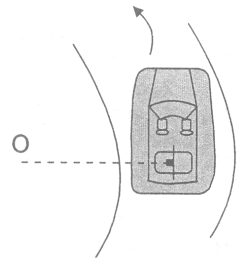
14. एक सरल लोलक कोणीय आयाम 90^0 से चित्र में दर्शाये अनुसार दोलन कर रहा है। α के किस मान के लिये त्वरण निर्देशित है।
(i) ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर
(ii) क्षैतिज दिशा में
(iii) ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर



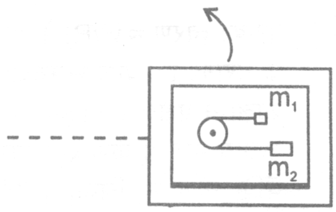
15. चित्र में दर्शाया गया है कि एक कण वृत्ताकार पथ पर परिवर्तनशील चाल के साथ गति कर रहा है। वेग सदिशों को चित्र में दर्शाया गया है। प्रदर्शित दो स्थितियों के मध्य औसत त्वरण का परिमाण ज्ञात कीजिए।



16. 36 km/hr की चाल से गतिशील एक कार, 50 m त्रिज्या की वृत्ताकार सड़क पर मुड़ती है। इसकी सीट पर एक लकड़ी की प्लेट इस प्रकार रखी हुई है कि प्लेट का तल, वृत्तीय सड़क की त्रिज्या के लम्बवत् है। सीट पर 100g द्रव्यमान का एक ब्लॉक रखा हुआ है जोकि प्लेट पर टिका हुआ है। (चित्र) प्लेट तथा ब्लॉक के मध्य घर्षण गुणां $\mu = 0.58$ है।
(A) प्लेट द्वारा ब्लॉक पर लगाया गया अभिलम्बवत् बल ज्ञात कीजिए।
(B) प्लेट को धीरे–धीरे इस प्रकार घुमाया जाता है कि प्लेट के अभिलम्ब तथा सड़क की त्रिज्या के मध्य कोण धी–धीरे बढ़ता है। कोण का वह मान ज्ञात करिये जिसके लिये ब्लॉक प्लेट पर खिसकना शूरू कर देगा।



17. चित्रानसार एक केबिन बहुत बड़ी त्रिज्या R वाले वृत्त में गति कर रहा है, इसमें क्षैतिज एवं चिकनी सतह वाली टेबल रखी हुई है। एक अल्प त्रिज्या की घर्षण रहित घिरनी टेबल से जुड़ी हुई है। घिरनी से होकर गुजर रही एक डोरी से जुड़े हुए दो द्रव्यमान m तथा 2m टेबल पर रखे हुए है। एक व्यक्ति प्रारम्भ में दोनों द्रव्यमानों को पकड़कर बाहर की ओर रहती है, इसके पश्चात् वह निकाय को मुक्त कर देता है। केबिन में प्रेक्षण लेने पर द्रव्यमानों का त्वरण तथा डोरी में तनाव ज्ञात कीजिऐ।



18. m द्रव्यमान का कण ℓ लम्बाई की डोरी की सहायता से एक स्थिर आधार से लटकाया गया है इस को अचानक क्षैतिज दिशा में $v_0 = \sqrt{3g\ell}$ वेग प्रदान किया जाता है। जब कण का त्वरण 45^0 कोण पर झुका हुआ हो तो डोरी ऊर्ध्व से बनाया गया कोण ज्ञात कीजिए।

19. r = 0.1 मी. त्रिज्या का अर्धगोलाकार प्याला ω कोणीय वेग के साथ इसकी अक्ष (जो कि ऊर्ध्व है) के परितः घूम रहा है। प्याले की घर्षण रहित आंतरिक सतह पर 10^{-2} किग्रा द्रव्यमान का कण भी साथ में ω कोणीय चाल के साथ घूम रहा है। कण प्याले के पेंदे से h ऊंचाई पर है। (a) h एवं ω के मध्य सम्बन्ध स्थापित कीजिये। h के अशून्य मान के लिए ω का न्यूनतम मान कितना होना चाहिए ? (b) इस व्यवस्था में h का मा शुद्धता से मापकर हम g का मान करना चाहते है। मान लिजिये कि r एवं ω एकदम शूद्धता से ज्ञात है और h के मापन में अल्पतमांक 10^{-4} मी. है। g के मापे गये मान में न्यूनतम त्रूटि Δg कितनी है ? (g = 9.8 मी/से^{2})

20. एक ब्लॉक को खोखले क्षैतिज बेलन में रखा गया है। बेलन अपनी अक्ष के परितः एक चक्कर प्रति सेकण्ड की दर से घूमना प्रारम्भ करता है। ब्लॉक केन्द्र से गुजरने वाले क्षैतिज तल से नीचे की ओर 30^0 कोण पर फिसलतना प्रारम्भ कर देता है। यदि

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

घर्षण गुणांक 0.6 है तो बेलन की त्रिज्या ज्ञात कीजिये। बेलन की न्यूनतम कोणीय चाल कितनी हो जिससे कि ब्लॉक बेलन के शीर्ष तक पहुंच सके ?

Answers

PART-I

1.	BD	**2.**	D	**3.**	D	**4.**	C
5.	D	**6.**	BC	**7.**	C	**8.**	D
9.	B	**10.**	C	**11.**	C	**12.**	D
13.	D						

PART-II

1. $2.73\times10^{-3}MS^2$

2. $\left(\frac{2\pi}{24\times3600}\right)^2\times1.25\times10^7=0.0336\,m/s^2$

3. R/r

4. $\left(\sqrt{\frac{13}{20}}m/sec^2\right)(with\,\pi^2=10)$

5. पत्थर स्पर्श रेखीय सीधी रेखा में गतिमा होगा।

6. हाँ, कण को अभिकेन्द्रीय बल प्रदान करने के लिये

7. 2 cm

8. 14 m/s

9. 45^0

10. न्यूटन के तृतीय नियत के अनुपालना में, सीट बच्चे को अन्दर की ओर दबाती है, जो आवश्यक अभिकेन्द्रय बल प्रदान करता है।

11. कण के सापेक्ष स्थिर प्रेक्षक के लिये अर्थात् प्रेक्षक भी कण के सामन वेग से गतिमान है, कनि सत्य है। दूसरे शब्दों में त्वरित गति करते अजड़त्वीय निदेश तन्त्र (कण के बराबर त्वरण $=v^2/R$) में अभिकेन्द्रीय बल, अपकेन्द्रीय बल के बराबर है। कण साम्वयथ्वा में रहता है। लेकिन प्रयोग शाला में प्रेक्षक (जड़त्वीय निर्देश तंत्र) के लिये एक समान वृत्तीय गति में कण साम्यवस्था में नहीं है और असत्य है। चूंकि कण में त्रिज्यीय त्वरण v^2/R है। अतः इस पर त्रिज्यीय बल $\frac{mv^2}{R}$ कार्यरत है। (न्यूटन के द्वितीय निमय)
$\therefore$ कण पर कार्यरत परिणामी बल शून्य नहीं है अर्थात् जड़त्वीय निर्देश तंत्र में कोई अपकेन्द्रीय बल नहीं है।

12. $\sqrt{5g\ell}$

13. (i) असत्य (ii) सत्य (iii) असत्य

14. (i) 0^0, (ii) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{R3}\right)$, (iii) 90^0

15. $26.15\ m/s^2$

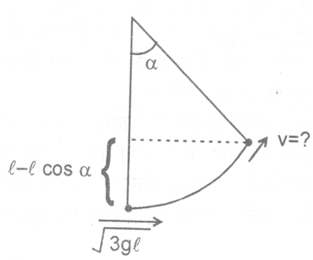
16. (a) 0.2 N, (b) 30^0

17. $\frac{\omega^2R}{3}\ \frac{4}{3}m\omega^2R$

18. $\theta=\frac{\pi}{2}$

$\tan45^0=\frac{a_t}{a_c}\quad\Rightarrow\quad a_t=a_c$

$\Rightarrow\quad g\sin\alpha=\frac{v^2}{t}$.........(1)



ऊर्जा संरक्षण से

$\frac{1}{2}m3g\ell-\frac{1}{2}mv^2=mg\ell(1-\cos\alpha)$.....(1)

$\Rightarrow\ mv^2=mg\ell=mg\ell+2mg\ell\cos\alpha$.....(2)

By (1) & (2)

$\sin\alpha=1+2\cos\alpha\quad\Rightarrow\quad\alpha=90^0$

19. (a) $7\sqrt{2}rad/s$ (b) $-9.8\times10^{-3}m/s^2$

20. 0.24m,6.4rad/sec